BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXXIII
C
25
NAPOLI

xxxiii
C.
28.

DISCOURS
SUR LES
DIFFERENTES FIGURES
DES
ASTRES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

DISCOURS

SUR LES

DIFFERENTES FIGURES

DES

ASTRES.

Ou l'on donne l'explication des Taches lumineuſes qu'on a obſervées dans le Ciel : Des Etoiles qui paroiſſent s'allumer & s'éteindre : De celles qui paroiſſent changer de grandeur : De l'Anneau de Saturne : Et des effets que peuvent produire les Cométes.

Par M. DE MAUPERTUIS.

Seconde Edition augmentée.

A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez G. MARTIN, JEAN-BAPTISTE COIGNARD & les Freres GUERIN, Libraires.

M. DCC. XLII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

A

SON ALTESSE SERENISSIME

MONSEIGNEUR

LE

PRINCE PALATIN,

DUC DE DEUX-PONTS.

MONSEIGNEUR,

Ce n'eſt point à l'éclat du Souverain, mais aux vertus du grand Homme que je rends cet hommage.

EPITRE.

Tout le monde a vû en vous dès vos premieres années la prudence & la modération, qui ne ſont d'ordinaire les fruits que de l'âge & de l'expérience. Mais les bontés dont VOTRE ALTESSE SERENISSIME *m'honore, m'ont procuré l'avantage de voir de près l'élevation de ſon ame, la droiture de ſon cœur, l'étendue de ſon eſprit, enfin tout ce qui doit ſe trouver dans le Sang de ces Rois qui ont fait l'admiration de l'Europe. Et ſi la plume d'un Géometre eſt trop aride*

pour louer dignement de ſi grandes qualités, la reconnoiſſance ne lui permettoit point de les admirer dans le ſilence, & l'amour de la vérité dont il fait profeſſion, doit lui faire pardonner un mot qui lui en eſt échappé.

Je ſuis avec un très-profond reſpect,

MONSEIGNEUR,

De Votre Altesse Serenissime

Le très-humble & très-obéiſſant ſerviteur, *Maupertuis.*

AVERTISSEMENT

SUR

CETTE SECONDE EDITION.

J'AVOIS entrepris dans cet Ouvrage d'expliquer pluſieurs Phénomenes du Ciel, qui ne me paroiſſoient point avoir encore été expliqués d'une maniere ſatisfaiſante. Pourquoi l'on a vû quelquefois de nouvelles Etoiles s'allumer dans les Cieux? Pourquoi l'on en a vû d'anciennes s'éteindre? Pourquoi quelques-unes paroiſſent changer de gran-

deur, & ont des alternatives d'augmentation & de diminution de lumiere ? Enfin pourquoi Saturne eſt environné d'un Anneau ſuſpendu en forme de voute autour de lui ?

Non-ſeulement j'ai cru les explications que je donnois de tous ces Phénomenes aſſez naturelles ; mais je les ai vû confirmées par de nouvelles Obſervations. Et il ſemble qu'on ait apperçû en Angleterre ce que je n'avois fait que conjecturer. C'eſt là ce qui a donné lieu à une addition que

j'ai faite à cet Ouvrage, que j'ai tirée de ce que j'avois donné dans les Mémoires de l'Académie.

J'ai auſſi changé quelque choſe dans l'ordre. Pour que ce Livre puiſſe être lû de tout le monde & tout de ſuite, je n'y ai laiſſé aucuns calculs: je les ai renvoyés, comme les preuves Mathématiques de ce que j'établis, dans un *Appendix* que ceux qui voudront s'en donner la peine, pourront conſulter.

TABLE
DES CHAPITRES.

CHAP. I. *Reflexions generales ſur la Figure de la Terre*, pag. 1

II. *Diſcuſſion métaphyſique ſur l'Attraction*, 16

III. *Syſtême des Tourbillons, pour expliquer le mouvement des Planetes, & la peſanteur des Corps vers la Terre*, 41

IV. *Syſtême de l'Attraction, pour expliquer les mêmes Phénoménes*, 64

V. *Des différentes loix de la peſanteur, & des figures qu'elles peuvent donner aux Corps céleſtes*, 88

VI. *Taches lumineuſes découvertes dans le Ciel*, 102

VII. *Des Etoiles qui s'allument, ou qui s'éteignent dans les Cieux; & de celles qui changent de grandeur*, 114

VIII. *De l'Anneau de Saturne*, 124

Calcul des Figures que doivent prendre les Fluides qui tournent autour de leur Axe, 134

Proposition pour trouver le rapport de la Pesanteur à la force centrifuge sur l'Equateur des Astres, 137

Proposition pour trouver les Figures des Astres, 146

Proposition pour trouver la Figure des Anneaux qui peuvent se former autour des Astres, 160

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre: A nos amés & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers, qu'il appartiendra, Salut. Notre Academie Royale des Sciences Nous a très-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû lui donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de notre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices; ensorte qu'outre les Ou-

vrages qu'elle a déja donnés au Public, Elle ſeroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaiſoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en date du ſix Avril 1693. n'ayant point eû de temps limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conſeil d'Etat, du 13. Aouſt 1704. celles de 1713. & celles de 1717. étant auſſi expirées; & déſirant donner à notredite Académie en corps & en particulier, & à chacun de ceux qui la compoſent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public, Nous avons permis & permettons par ces Préſentes à notredite Académie, de faire vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéiſſance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choiſir, *Toutes les Recherches ou Obſervations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les aſſemblées de notredite Académie Royale des Sciences; comme auſſi les Ouvrages, Memoires, ou Traités de chacun des Particuliers qui la compoſent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & jugé qu'ils ſont dignes de l'impreſſion;* & ce pendant le temps & eſpace de quinze années conſécutives, à compter du jour de la date deſdites Préſentes. Faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance: comme auſſi à tous Imprimeurs, Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun deſdits Ouvrages ci-deſſus ſpécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, ſous quelque prétexte que ce ſoit, d'au-

gmentation, correction, changement de titre, feuilles même séparées, ou autrement, sans la permission expresse & par écrit de notredite Académie, ou de ceux qui auront droit d'Elle, & ses ayans cause, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts: à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que notredite Académie se conformera en tout aux Reglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10. Avril 1725. & qu'avant que de les exposer en vente, les Manuscrits ou Imprimés qui auront servi de copie à l'impression desdits Ouvrages, seront remis dans le même état, avec les Approbations & Certificats qui en auront été donnés, ès mains de notre très-cher & feal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin; & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le sieur Chauvelin: le tout à peine de nullité des Présentes: du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir notredite Académie, ou ceux qui auront droit d'Elle & ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement: Voulons que la Copie desdites Présentes qui sera imprimée tout

au long au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages, ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers & Secretaires foi ſoit ajoutée comme à l'Original : Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires : Car tel eſt notre plaiſir. Donné à Fontainebleau le douziéme jour du mois de Novembre, l'an de grace mil ſept cent trente-quatre, & de notre Regne le vingtiéme. Par le Roi en ſon Conſeil. *Signé*, SAINSON.

Regiſtré ſur le Regiſtre VIII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, num. 792. fol. 775. conformément aux Réglemens de 1723. qui font défenſes, Art. IV. à toutes perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leur nom, ſoit qu'ils s'en diſent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les Exemplaires preſcrits par l'Art. CVIII. du même Réglement. A Paris le 15. Novembre 1734.

G. *MARTIN, Syndic.*

DISCOURS

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO
NAPOLI

Maquart del. Ducullard Sculp. 1748

DISCOURS
SUR
LES DIFFERENTES FIGURES
DES
CORPS CELESTES.

CHAPITRE I.
Reflexions générales ſur la figure de la Terre.

DEPUIS les temps les plus reculés, on a crû la Terre ſphérique, malgré l'apparence qui nous repréſente ſa ſurface comme platte,

lorſque nous la conſidérons du milieu des Plaines ou des Mers ; cette apparence ne peut tromper que les gens les plus groſſiers ; les Philoſophes, d'accord avec les Voyageurs, ſe réuniſſent à regarder la Terre comme ſphérique. D'une part, les Phénomenes dépendant d'une telle forme, & de l'autre une eſpece de régularité, avoient empêché d'avoir aucun doute ſur cette ſphéricité ; cependant à conſidérer la choſe avec exactitude, ce jugement que l'on porte ſur la ſphéricité de la Terre, n'eſt guéres mieux fondé que celui qui feroit croire qu'elle eſt platte, ſur l'apparence groſſiere qui la repréſente ainſi : car quoique

les Phénomenes nous faſſent voir que la Terre eſt ronde, ils ne nous mettent cependant pas en droit d'aſſurer que cette rondeur ſoit préciſement celle d'une Sphére.

En 1672. M. Richer étant allé à la Cayenne, pour faire des Obſervations aſtronomiques, trouva que l'Horloge à pendule qu'il avoit reglée à Paris ſur le moyen mouvement du Soleil retardoit conſidérablement. Il étoit facile de conclure de là que le Pendule qui battoit les Secondes à Paris, devoit être raccourci pour les battre à la Cayenne.

Si l'on fait abſtraction de la réſiſtance que l'Air apporte au mou-

vement d'un Pendule, (comme on le peut faire ici ſans erreur ſenſible) la durée des Oſcillations d'un Pendule qui décrit des Arcs de Cycloïde, ou, ce qui revient au même, de très-petits Arcs de Cercle, dépend de deux cauſes; de la force avec laquelle les Corps tendent à tomber perpendiculairement à la ſurface de la Terre, & de la longueur du Pendule. La longueur du Pendule demeurant la même, la durée des Oſcillations ne dépend donc plus que de la force qui fait tomber les Corps, & cette durée devient d'autant plus longue que cette force devient plus petite.

La longueur du Pendule n'a-

voit point changé de Paris à la Cayenne : car quoiqu'une verge de métal s'allonge à la chaleur, & devienne par là un peu plus longue, lorſqu'on la tranſporte vers l'Equateur ; cet allongement eſt trop peu conſidérable pour qu'on lui puiſſe attribuer le retardement des Oſcillations, tel qu'il fut obſervé par M. Richer ; cependant les Oſcillations étoient devenues plus lentes, il falloit donc que la force qui fait tomber les Corps fût devenue plus petite ; le poids d'un même Corps étoit donc moindre à la Cayenne qu'à Paris.

Cette obſervation étoit peut-être plus ſinguliére que toutes celles qu'on s'étoit propoſées ;

on vit bientôt cependant qu'elle n'avoit rien que de conforme à la Théorie des forces centrifuges, & que l'on n'eût, pour ainſi dire, dû prévoir.

Une force ſecrette qu'on appelle *peſanteur*, attire ou chaſſe les Corps vers le centre de la Terre. Cette force, ſi on la ſuppoſe par tout la même, rendroit la Terre parfaitement ſphérique, ſi elle étoit compoſée d'une matiere fluide & homogene; & qu'elle n'eût aucun mouvement: car il eſt évident qu'afin que chaque colomne de ce fluide, priſe depuis le centre juſqu'à la ſuperficie, demeurât en équilibre avec les autres, il faudroit que ſon poids fût égal au poids

de chacune des autres; & puiſque la matiere eſt ſuppoſée homogene, il faudroit pour que le poids de chaque colomne fût le même, qu'elles fuſſent toutes de même longueur. Or il n'y a que la Sphére, dans laquelle cette propriété ſe puiſſe trouver; la Terre ſeroit donc parfaitement ſphérique.

Mais c'eſt une Loi pour tous les Corps qui décrivent des Cercles, de tendre à s'éloigner du centre du Cercle qu'ils décrivent, & cet effort qu'ils font pour cela, s'appelle *force centrifuge*; l'on ſçait encore que ſi des Corps égaux décrivent dans le même tems des Cercles différents, leurs forces centrifu-

ges ſont proportionnelles aux Cercles qu'ils décrivent.

Si donc la Terre vient à circuler autour de ſon axe, chacune de ſes parties acquerra une force centrifuge, d'autant plus grande que le Cercle qu'elle décrira ſera plus grand, c'eſt-à-dire, d'autant plus grande, qu'elle ſera plus proche de l'Equateur, cette force allant s'anéantir aux Poles.

Or, quoiqu'elle ne tende directement à éloigner les parties du centre de la Sphére, que ſous l'Equateur; & que par-tout ailleurs elle ne tende à les éloigner que du centre du Cercle qu'elles décrivent; cependant en décompoſant cette force,

déja d'autant moindre qu'elle s'exerce moins proche de l'Equateur, on trouve qu'il y en a une partie qui tend toûjours à éloigner les parties du fluide du centre de la Sphére.

Or en cela cette force eſt abſolument contraire à la peſanteur, & en détruit une partie plus ou moins grande, ſelon le rapport qu'elle a avec elle. La force donc qui anime les Corps à deſcendre, réſultant de la peſanteur inégalement diminuée par la force centrifuge, ne ſera plus la même par-tout, & ſera dans chaque lieu d'autant moins grande, que la force centrifuge l'aura plus diminuée.

Nous avons vû que c'eſt ſous

l'Equateur que la force centrifuge eſt la plus grande ; c'eſt donc là qu'elle détruira une plus grande partie de la peſanteur. Les Corps tomberont donc plus lentement ſous l'Equateur que par-tout ailleurs ; les Oſcillations du Pendule ſeront d'autant plus lentes, que les lieux approcheront plus de l'Equateur ; & la Pendule de M. Richer, tranſportée de Paris à la Cayenne, qui n'eſt qu'à $4^{d}\,55'$ de l'Equateur, devoit retarder.

Mais la force qui fait tomber les Corps, eſt celle-là même qui les rend peſants : & de ce qu'elle n'eſt pas la même partout, il s'enſuit que toutes nos

colomnes fluides, ſi elles ſont égales en longueur, ne peſeront pas par-tout également; la colomne qui répond à l'Equateur peſera moins que celle qui répond au Pole ; il faudra donc pour qu'elle ſoutienne celle du Pole en équilibre, qu'elle ſoit compoſée d'une plus grande quantité de matiére, il faudra qu'elle ſoit plus longue.

La Terre ſera donc plus élevée ſous l'Equateur que ſous les Poles ; & d'autant plus applatie vers les Poles que la force centrifuge ſera plus grande par rapport à la peſanteur, ou, ce qui revient au même, la Terre ſera d'autant plus applatie, que ſa révolution ſur ſon axe ſera plus

rapide, car la force centrifuge dépend de cette rapidité.

Cependant ſi la peſanteur eſt uniforme, c'eſt-à-dire, la même à quelque diſtance que ce ſoit du centre de la Terre, comme M. Huygens l'a ſuppoſé, cet applatiſſement a ſes bornes. Il a démontré que ſi la Terre tournoit ſur ſon axe environ dix-ſept fois plus vîte qu'elle ne fait, elle recevroit le plus grand applatiſſement qu'elle pût recevoir, qui iroit juſqu'à rendre le diametre de ſon Equateur double de ſon axe. Une plus grande rapidité dans le mouvement de la Terre, communiqueroit à ſes parties une force centrifuge plus grande que leur peſan-

teur, & elles ſe diſſiperoient.

M. Huygens ne s'en tint pas là ; ayant déterminé le rapport de la force centrifuge ſous l'Equateur à la peſanteur, il détermina la figure que doit avoir la Terre ; & trouva que le diametre de ſon Equateur devoit être à ſon axe comme 578 à 577.

Cependant M. Newton partant d'une Théorie différente, & conſidérant la peſanteur comme l'effet de l'attraction des parties de la matiére, a déterminé le rapport entre le diametre de l'Equateur & l'Axe qu'il trouve l'un à l'autre comme 230 à 229.

M. Herman a recherché auſſi la figure de la Terre dans l'hy-

potheſe d'une peſanteur proportionnelle à la diſtance au centre, & a trouvé que la Terre devroit être une Ellipſoïde, dont le diametre de l'Equateur ſeroit à l'axe comme $\sqrt{289}$ à $\sqrt{288}$. Ce qui approche fort du rapport déterminé par M. Huygens.

Aucune de ces meſures ne s'accorde avec la meſure actuellement priſe par Mrs Caſſini & Maraldi; mais ſi de leurs Obſervations, les plus fameuſes qui ſe ſoient peut-être jamais faites, il réſulte que la Terre, au lieu d'être un Sphéroïde applati vers les Poles, eſt un Sphéroïde allongé, quoique cette figure ne paroiſſe pas s'accorder avec les

Loix de la Statique, il faudroit voir qu'elle eſt abſolument impoſſible, avant que de porter atteinte à de telles Obſervations.

Ceci étoit imprimé quatre ans avant que j'euſſe été au Nord avec Mrs Clairaut, Camus, le Monnier, pour y meſurer le degré du Meridien. Nos meſures ſont contraires à celles-ci & font la Terre applatie.

CHAPITRE II.

Diſcuſſion métaphyſique ſur l'Attraction.

LEs figures des Corps celeſtes dépendent de la peſanteur & de la force centrifuge. Sur cette derniére, il n'y a aucune diverſité de ſentimens parmi les Philoſophes ; il n'en eſt pas ainſi de la peſanteur.

Les uns la regardent comme l'effet de la force centrifuge de quelque matiére qui circulant autour des corps vers leſquels les autres peſent, les chaſſe vers le centre de ſa circulation ; les autres ſans en rechercher la cauſe,

ſe, la regardent comme ſi elle étoit une propriété inhérente au corps.

Quoique les Solutions mathématiques des Problemes que l'on trouvera dans ce diſcours, ſoient indépendantes de la nature de la peſanteur, cependant comme l'application que j'en fais aux phénomenes de la Nature, en dépend en quelque ſorte, je crois néceſſaire d'en dire ici quelque choſe, afin de faire voir juſqu'où peuvent aller nos explications, ſelon les différentes idées qu'on peut avoir de la peſanteur.

Ce n'eſt pas à moi de prononcer ſur une queſtion qui partage les plus grands Philoſophes;

mais il m'eſt permis de comparer leurs idées.

Un corps en mouvement qui en rencontre un autre, a la force de le mouvoir. Les Carteſiens tâchent de tout expliquer par ce principe, & de faire voir que la peſanteur même n'en eſt qu'une ſuite. En cela le fond de leur ſyſtême a l'avantage de la ſimplicité ; mais il faut avouer que dans le détail des phénomenes, il ſe trouve de grandes difficultés.

M. Newton peu ſatisfait des explications que les Carteſiens donnent des phénomenes par la ſeule impulſion, établit dans la Nature un autre principe d'action ; c'eſt que les parties de la

matiere peſent les unes vers les autres. Ce principe établi, M. Newton explique merveilleuſement tous les phénomenes; & plus on détaille, plus on approfondit ſon ſyſteme, & plus il paroît confirmé. Mais outre que le fond du ſyſteme eſt moins ſimple, parce qu'il ſuppoſe deux principes; un principe par lequel les corps éloignés, agiſſent les uns ſur les autres, paroît difficile à admettre.

Le mot d'attraction a effarouché les Eſprits; pluſieurs ont craint de voir renaître dans la Philoſophie, la doctrine des qualités occultes.

Mais c'eſt une juſtice qu'on doit rendre à M. Newton, il n'a

jamais regardé l'attraction comme une explication de la peſanteur des corps les uns vers les autres : il a ſouvent averti qu'il n'employoit ce terme que pour déſigner un fait, & non point une cauſe ; qu'il ne l'employoit que pour éviter les ſyſtemes & les explications ; qu'il ſe pouvoit même que cette tendance fût cauſée par quelque matiére ſubtile qui ſortiroit des corps, & fût l'effet d'une véritable impulſion ; mais que quoi que ce fût, c'étoit toûjours un premier fait, dont on pouvoit partir, pour expliquer les autres faits qui en dépendent. Tout effet reglé, quoique ſa cauſe ſoit inconnue, peut être l'objet des

Mathématiciens, parce que tout ce qui eſt ſuſceptible de plus & de moins, eſt de leur reſſort, quelle que ſoit ſa nature; & l'uſage qu'ils en feront, ſera tout auſſi ſûr que celui qu'ils pourroient faire d'objets dont la Nature ſeroit abſolument connue. S'il n'étoit permis d'en traiter que de tels, les bornes de la Philoſophie ſeroient étrangement reſſerrées.

Galilée, ſans connoître la cauſe de la peſanteur des corps vers la Terre, n'a pas laiſſé de nous donner ſur cette peſanteur, une Théorie très-belle & très-ſûre, & d'expliquer les phénomenes qui en dépendent. Si les corps peſent encore les uns vers les

autres, pourquoi ne ſeroit-il pas permis auſſi de rechercher les effets de cette peſanteur, ſans en approfondir la cauſe ? Tout ſe devroit donc réduire à examiner s'il eſt vrai que les corps ayent cette tendance les uns vers les autres : & ſi l'on trouve qu'ils l'ayent en effet, on peut ſe contenter d'en déduire l'explication des phénomenes de la Nature, laiſſant à des Philoſophes plus ſublimes, la recherche de la cauſe de cette Force.

Ce parti me paroîtroit d'autant plus ſage, que je ne crois pas qu'il nous ſoit permis de remonter aux premiéres cauſes, ni de comprendre comment les corps agiſſent les uns ſur les au-

Mais quelques uns de ceux qui rejettent l'attraction, la regardent comme un Monſtre métaphyſique ; ils croyent ſon impoſſibilité ſi bien prouvée, que quelque choſe que la Nature ſemblât dire en ſa faveur, il vaudroit mieux conſentir à une ignorance totale, que de ſe ſervir dans les explications d'un principe abſurde. Voyons donc ſi l'attraction, quand même on la conſidéreroit comme une propriété de la matiére, renferme quelque abſurdité.

Si nous avions des corps les idées complettes ; que nous connuſſions bien ce qu'ils ſont en eux-mêmes, & ce que leur ſont leurs propriétés ; comment, &

en quel nombre elles y réſident ; nous ne ſerions pas embarraſſés pour décider ſi l'attraction eſt une propriété de la matiére. Mais nous ſommes bien éloignés d'avoir de pareilles idées ; nous ne connoiſſons les corps que par quelques propriétés, ſans connoître aucunement le ſujet dans lequel ces propriétés ſe trouvent réunies.

Nous appercevons quelques aſſemblages différents de ces propriétés ; & cela nous ſuffit pour déſigner les idées de tels ou tels corps particuliers. Nous avançons encore un pas ; nous diſtinguons différens ordres parmi ces propriétés. Nous voyons que pendant que les unes va-

rient dans différents corps, quelques autres s'y retrouvent toûjours les mêmes. Et de là nous regardons celles-ci comme des propriétés primordiales, & comme les baſes des autres.

La moindre attention fait reconnoître que l'étendue eſt une de ces propriétés invariables. Je la retrouve ſi univerſellement dans tous les corps, que je ſuis porté à croire que les autres propriétés ne peuvent ſubſiſter ſans elle, & qu'elle en eſt le ſoutien.

Je trouve auſſi qu'il n'y a point de corps qui ne ſoit ſolide ou impénétrable; je regarde donc encore l'impénétrabilité comme une propriété eſſentielle de la matiére.

Mais y a-t-il quelque connexion néceſſaire entre ces propriétés ? l'étendue ne ſçauroit-elle ſubſiſter ſans l'impénétrabilité ? devois-je prévoir par la propriété d'étendue, quelles autres propriétés l'accompagneroient ? c'eſt ce que je ne vois en aucune maniére.

Après ces propriétés primitives des corps, j'en découvre d'autres qui, quoiqu'elles n'appartiennent pas toûjours à tous les corps, leur appartiennent cependant toûjours, lorſqu'il ſont dans un certain état ; je veux parler ici de la propriété qu'ont les corps en mouvement, de mouvoir les autres qu'ils rencontrent.

Cette propriété, quoique moins univerſelle que celles dont nous avons parlé, puiſqu'elle n'a lieu qu'autant que le corps eſt dans un certain état, peut cependant être priſe en quelque maniére pour une propriété générale relativement à cet état, puiſqu'elle ſe trouve dans tous les corps qui ſont en mouvement.

Mais encore un coup, l'aſſemblage de ces propriétés étoit-il néceſſaire? Et toutes les propriétés générales des corps ſe réduiſent-elles à celle-ci? Il me ſemble que ce ſeroit mal raiſonner que de vouloir les y réduire.

On ſeroit ridicule de vouloir

aſſigner aux corps d'autres propriétés que celles que l'expérience nous a appris qui s'y trouvent ; mais on le ſeroit peut-être davantage de vouloir, après un petit nombre de propriétés à peine connues, prononcer dogmatiquement l'excluſion de toute autre ; comme ſi nous avions la meſure de la capacité des ſujets, lorſque nous ne les connoiſſons que par ce petit nombre de propriétés.

Nous ne ſommes en droit d'exclure d'un ſujet, que les propriétés contradictoires à celles que nous ſçavons qui s'y trouvent ; la mobilité ſe trouvant dans la matiére, nous pouvons dire que l'immobilité ne s'y

trouve pas; la matiére étant impénétrable, n'eſt pas pénétrable. Propoſitions identiques, qui ſont tout ce qui nous eſt permis ici.

Voilà les ſeules propriétés, dont on peut aſſûrer l'excluſion. Mais les corps, outre les propriétés que nous leur connoiſſons, ont-ils encore celle de peſer, ou tendre les uns vers les autres? ou de &c? C'eſt à l'expérience à qui nous devons déja la connoiſſance des autres propriétés des corps, à nous apprendre s'ils ont encore celle-ci.

Je me flatte qu'on ne m'arrêtera pas ici, pour me dire que cette propriété dans les corps,

de peſer les uns vers les autres, eſt moins concevable que celles que tout le monde y reconnoît. La maniere dont les propriétés réſident dans un Sujet eſt toûjours inconcevable pour nous. Le Peuple n'eſt point étonné lorſqu'il voit un corps en mouvement, communiquer ce mouvement à d'autres; l'habitude qu'il a de voir ce phénomene, l'empêche d'en appercevoir le merveilleux; mais des Philoſophes aſſés déterminés pour vouloir décider *à priori*, quelles propriétés peuvent ſe trouver dans les corps, & quelles doivent en être bannies; de pareils Philoſophes, dis-je, n'ont garde de croire que la force im-

pulſive ſoit plus concevable que l'attractive. Qu'eſt-ce que cette force impulſive ? comment réſide-t-elle dans les corps ? qui eut pû deviner qu'elle y réſide avant que d'avoir vû des corps ſe choquer ? la réſidencé des autres propriétés dans les corps n'eſt pas plus claire. Comment l'impénétrabilité, & les autres propriétés viennent-elles ſe joindre à l'étendue ? Ce ſeront-là toûjours des myſteres pour nous.

Mais, dira-t-on peut-être, les corps n'ont point la force impulſive. Un corps n'imprime point le mouvement au corps qu'il choque ; c'eſt Dieu lui-même qui meut le corps choqué, ou qui a établi des loix

pour la communication de ces mouvements. Ici l'on ſe rend ſans s'en appercevoir. Si les corps en mouvement n'ont point la propriété d'en mouvoir d'autres ; ſi lorſqu'un corps en choque un autre, celui-ci n'eſt mû que parce que Dieu le meut, & s'eſt établi des loix pour cette diſtribution de mouvement ; de quel droit pourroit-on aſſûrer que Dieu n'a pû vouloir établir de pareilles loix pour la Tendance. Dès qu'il faut recourir à un Agent tout puiſſant, & que le ſeul contradictoire arrête, il faudroit que l'on dît que l'établiſſement de pareilles loix renfermoit quelque contradiction ; mais c'eſt ce qu'on ne pourra

pourra pas dire ; & alors, eſt-il plus difficile à Dieu de faire tendre ou mouvoir l'un vers l'autre deux corps éloignés, que d'attendre, pour le mouvoir, qu'un corps ait été rencontré par un autre.

Voici un autre raiſonnement qu'on peut faire contre l'attraction. L'impénétrabilité des corps eſt une propriété dont les Philoſophes de tous les partis conviennent. Cette propriété poſée, un corps qui ſe meut vers un autre ne ſçauroit continuer de ſe mouvoir, s'il ne le pénetre ; mais les corps ſont impénétrables ; il faut donc que Dieu établiſſe quelque loi qui accorde le mouvement de l'un avec

l'impénétrabilité des deux ; voilà donc l'établiſſement de quelque loi nouvelle devenu néceſſaire dans le cas du choc. Mais deux corps demeurant éloignés, nous ne voyons pas qu'il y ait aucune néceſſité d'établir de nouvelle loi.

Ce raiſonnement eſt, ce me ſemble, le plus ſolide que l'on puiſſe faire contre l'attraction. Cependant quand on n'y répondroit rien, il ne prouve autre choſe, ſi ce n'eſt qu'on ne voit pas de néceſſité dans la tendance des corps ; ce n'eſt pas là non plus ce que je prétends établir ici ; je me ſuis borné à faire voir que cette tendance eſt poſſible.

Mais examinons ce raiſonnement. Les différentes propriétés des corps ne ſont pas, comme nous l'avons vû, toutes du même ordre; il y en a de primordiales qui appartiennent à la matiére en général, parce que nous les y retrouvons toûjours, comme l'étendue & l'impénétrabilité.

Il y en a d'un ordre moins néceſſaire, & qui ne ſont que des états dans leſquels tout corps peut ſe trouver, ou ne ſe pas trouver, comme le repos & le mouvement.

Enfin il y a des propriétés plus particuliéres, qui déſignent les corps, comme une certaine figure, couleur, odeur, &c.

S'il arrive que quelques propriétés de différents ordres ſe trouvent en oppoſition, (car deux propriétés primordiales ne ſçauroient s'y trouver) il faudra que la propriété inférieure cede, & s'accommode à la plus néceſſaire, qui n'adme aucune variété.

Voyons donc ce qui doit arriver, lorſqu'un corps ſe meut vers un autre, dont l'impénétrabilité s'oppoſe à ſon mouvement. L'impénétrabilité ſubſiſtera inaltérablement ; mais le mouvement, qui n'eſt qu'un état dans lequel le corps ſe peut trouver, ou ne ſe pas trouver, & qui peut varier d'une infinité de maniéres, s'accommodera à l'impéné-

trabilité; parce que le corps peut ſe mouvoir, ou ne ſe mouvoir pas; il peut ſe mouvoir d'une maniére ou d'une autre; mais il faut toûjours qu'il ſoit impénétrable, & impénétrable de la même maniére. Il arrivera donc dans le mouvement du corps quelque phénomene, qui ſera la ſuite de la ſubordination entre les deux propriétés.

Mais ſi la peſanteur étoit une propriété du premier ordre; ſi elle étoit attachée à la matiere, indépendamment des autres propriétés; nous ne verrions pas que ſon établiſſement fût néceſſaire, parce qu'elle ne le devroit point à la combinaiſon d'autres propriétés antérieures.

Faire contre l'attraction le raiſonnement que nous venons de rapporter, c'eſt comme ſi, de ce qu'on eſt en état d'expliquer quelque phénomene, on concluoit que ce phénomene eſt plus néceſſaire que les premiéres propriétés de la matiére; ſans faire attention que ce phénomene ne ſubſiſte qu'en conſéquence de ces premiéres propriétés.

Tout ce que nous venons de dire, ne prouve pas qu'il y ait d'attraction dans la Nature; je n'ai pas non plus entrepris de le prouver. Je ne me ſuis propoſé que d'examiner ſi l'attraction, quand même on la conſidéreroit comme une propriété inhé-

rente à la matiére, étoit métaphyſiquement impoſſible. Si elle étoit telle, les phénomenes les plus preſſants de la Nature, ne pourroient pas la faire recevoir. Mais ſi elle ne renferme ni impoſſibilité ni contradiction, on peut librement examiner ſi les phénomenes la prouvent ou non. L'attraction n'eſt plus, pour ainſi dire, qu'une queſtion de fait; c'eſt dans le ſyſteme de l'Univers qu'il faut aller chercher, ſi c'eſt un principe qui ait effectivement lieu dans la Nature; juſqu'à quel point il eſt néceſſaire pour expliquer les phénomenes; ou enfin s'il eſt inutilement introduit pour expliquer des faits que l'on explique bien ſans lui.

Dans cette vûe, je crois qu'il ne ſera pas inutile de donner ici quelque idée des deux grands Syſtemes qui partagent aujourd'hui le Monde philoſophe. Je commencerai par le Syſteme des Tourbillons, non ſeulement tel que M. Deſcartes l'établit, mais avec tous les raccommodements qu'on y a faits.

J'expoſerai enſuite le Syſteme de M. Newton, autant que je le pourrai faire, en le dégageant de ces Calculs qui font voir l'admirable accord qui regne entre toutes ſes parties, & qui lui donne tant de force.

CHAPITRE III.

Syſteme des Tourbillons pour expliquer le mouvement des Planetes, & la peſanteur des corps vers la Terre.

POUR expliquer les mouvements des Planetes autour du Soleil, M. Deſcartes les ſuppoſe plongées dans un fluide, qui circulant lui-même autour de cet Aſtre, forme le vaſte Tourbillon dans lequel elles ſont entraînées, comme des vaiſſeaux abandonnés au courant d'un fleuve.

Cette explication, fort ſimple au premier coup d'œil, ſe trouve ſujette à de grands in-

convenients, lorſqu'on l'examine.

Les Planetes ſe meuvent autour du Soleil, mais avec certaines circonſtances qu'il ne nous eſt plus permis d'ignorer.

Les routes que tiennent les Planetes ne ſont pas des Cercles, mais des Ellipſes, dont le Soleil occupe le foyer. Une des Loix de la révolution, eſt que ſi l'on conçoit du lieu d'où une Planete eſt partie; & du lieu où elle ſe trouve actuellement, deux lignes droites tirées au Soleil, l'aire du Secteur elliptique, formé par ces deux lignes, & par la portion de l'Ellipſe que la Planete à parcourue, croît en même proportion que le temps

qui s'écoule pendant le mouvement de la Planete. De là vient cette augmentation de vîteſſe qu'on obſerve dans les Planetes lorſqu'elles s'approchent du Soleil : les droites tirées des lieux de la Planete au Soleil, étant alors plus courtes, afin que les aires décrites pendant un certain temps ſoient égales aux aires décrites dans le même temps, lorſque la Planete étoit plus éloignée du Soleil, il faut que les Arcs elliptiques parcourus par la Planete ſoient plus grands.

Toutes les Planetes que nous connoiſſons ſuivent cette loi; non-ſeulement les Planetes principales, qui font leur révolution autour du Soleil, mais encore

les Planetes ſecondaires, qui font leur révolution autour de quelque autre Planete, comme la Lune & les Satellites de Jupiter & de Saturne ; mais ici les aires qui ſont proportionnelles aux temps, ſont les aires décrites autour de la Planete principale, qui eſt à l'égard de ſes Satellites, ce qu'eſt le Soleil à l'égard des Planetes du premier ordre. Par cette loi ; l'Orbite d'une Planete, & le temps de ſa révolution étant connus, on peut trouver à chaque inſtant le lieu de l'Orbite où la Planete ſe trouve.

Une autre loi marque le rapport entre la durée de la révolution de chaque Planete, & ſa diſtance au Soleil ; & cette loi

n'eſt pas moins exactement obſervée que l'autre. C'eſt que le temps de la révolution de chaque Planete autour du Soleil, eſt proportionnel à la racine quarrée du cube de ſa moyenne diſtance au Soleil.

Cette loi s'étend encore aux Planetes ſecondaires; en obſervant que dans ce cas les révolutions & les diſtances ſe doivent entendre par rapport à la Planete principale, autour de laquelle les autres tournent. Par cette loi, la diſtance de deux Planetes au Soleil, & le temps de la révolution de l'une étant donnés, on peut trouver le temps de la révolution de l'autre; ou le temps de la révolution

de deux Planetes, & la diſtance de l'une de ces Planetes au Soleil étant donnés, on peut trouver la diſtance de l'autre.

Ces deux loix poſées, il n'eſt plus ſeulement queſtion d'expliquer pourquoi en général les Planetes tournent autour du Soleil, il faut expliquer encore pourquoi elles obſervent ces loix; ou du moins il faut que l'explication qu'on donne de leur mouvement ne ſoit pas démentie par ces loix.

Puiſque les diſtances des Planetes au Soleil, & les temps de leurs révolutions ſont différents, la matiere du Tourbillon n'a pas par-tout la même denſité, & le temps de ſa révolution n'eſt pas le même par-tout.

De ce que chaque Planete décrit autour du Soleil des aires proportionnelles aux temps, il ſuit que les vîteſſes des couches de la matiére du Tourbillon ſont réciproquement proportionnelles aux diſtances de ces couches au centre.

Mais de ce que les temps des révolutions des différentes Planetes ſont proportionels aux racines quarrées des cubes de leurs diſtances au Soleil, il ſuit que les vîteſſes des couches ſont réciproquement proportionnelles aux racines quarrées de leurs diſtances.

Si l'on veut donc aſſûrer une de ces loix aux Planetes, l'autre devient néceſſairement incom-

patible. Si l'on veut que les couches du Tourbillon ayent les vîteſſes néceſſaires pour que chaque Planete décrive autour du Soleil des aires proportionnelles aux temps ; il s'enſuivra par exemple, que Saturne devroit employer 90 ans à faire ſa révolution, ce qui eſt fort contraire à l'expérience.

Si au contraire, on veut conſerver aux couches du Tourbillon, les vîteſſes néceſſaires, pour que les temps des révolutions ſoient proportionnels aux racines quarrées des cubes des diſtances ; l'on verra les aires décrites autour du Soleil par les Planetes, ne plus ſuivre la proportion des temps.

Je

Je ne parle point ici des objections qu'on a faites contre les Tourbillons, qui ne paroiſſent pas invincibles. Je ne dis rien de celle que M. Newton avoit faite, en ſuppoſant, comme fait M. Deſcartes, que le Tourbillon reçoive ſon mouvement du Soleil, qui tournant ſur ſon axe, communiqueroit ce mouvement de couche en couche, juſqu'aux confins du Tourbillon: M. Newton avoit cherché par les loix de la Méchanique, les vîteſſes des différentes couches du Tourbillon, & il les trouvoit fort différentes de celles qui ſont néceſſaires pour la regle de Képler, qui regarde le rapport entre les temps périodiques des

Planetes, & leurs diſtances au Soleil. M. Bernoulli dans la belle Diſſertation qui remporta le Prix de l'Académie en 1730, a fait voir que M. Newton n'avoit pas fait attention à quelque circonſtance qui change le calcul. Il eſt vrai qu'en faiſant cette attention, on ne trouve pas encore les vîteſſes des couches, telles qu'elles devroient être pour l'obſervation de cette loi; mais elles en approchent davantage.

Mais enfin de quelque cauſe que vienne le mouvement du Tourbillon, l'on pourra bien accorder les vîteſſes des couches avec une des loix dont nous avons parlé; mais jamais avec

l'une & l'autre en même-temps. Cependant ces deux loix ſont auſſi inviolables l'une que l'autre.

Les gens les plus éclairés ont cherché des remedes à cela. M. Leibnitz a été réduit à dire * qu'il falloit que par tout l'Orbe que décrit chaque Planete, il y eût une circulation, qu'il appelle *harmonique*, c'eſt-à-dire, une certaine loi de vîteſſe propre à faire ſuivre aux Planetes celle des deux loix qui regarde la proportion entre les aires & les temps; & qu'il falloit en même temps que par toute l'étendue du Tourbillon, il ſe trouvât une autre loi différente pour faire

*Voyés *Act. erud.* 1689. p. 82. & 1706. p. 446.

ſuivre aux Planetes la loi qui regarde la proportion entre leurs temps périodiques & leurs diſtances au Soleil. Voilà tout ce qu'a pû dire un des plus grands hommes du ſiécle, pour la défenſe des Tourbillons.

M. Bulffinger, dans la Diſſertation qui remporta le Prix en 1728, reconnoît & démontre encore mieux la néceſſité de ces différentes loix dans le fluide qui entraîne les Planetes. Mais il n'eſt pas facile d'admettre ces différentes couches ſphériques ſe mouvant avec des vîteſſes indépendantes & interrompues.

Il y a encore contre ce Syſteme une objection qui n'eſt guére moins forte. Les différen-

tes couches du Tourbillon ont à peu près les mêmes denſités que les Planetes qu'elles portent, puiſque chaque Planete ſe ſoûtient dans la couche où elle ſe trouve; & ces couches ſe meuvent avec des vîteſſes fort rapides. Cependant nous voyons les Cometes traverſer ces couches ſans recevoir d'altération ſenſible dans leur mouvement. Les Cometes elles-mêmes ſeroient auſſi apparemment entraînées par des fluides qui circuleroient à travers les fluides qui portent les Planetes, ſans ſe confondre, ni altérer leur cours.

Paſſons à l'explication de la Peſanteur dans le Syſteme des Tourbillons.

Tous les Corps tombent, lorſqu'ils ne ſont pas ſoûtenus, & tendent à s'approcher du centre de la Terre.

M. Deſcartes; pour expliquer ce phénomene, ſuppoſe un Tourbillon d'une matiére fluide qui circule extrémement vîte autour de la Terre dans la direction de l'Equateur. On ſçait que lorſqu'un corps décrit un cercle, il tend à s'éloigner du centre; toutes les parties de ce fluide, ont donc chacune cette force centrifuge, qui tend à les éloigner du centre du cercle qu'elles décrivent. Si donc alors elles rencontrent quelque corps qui n'ait point, ou qui ait moins de cette force centrifuge, il fau-

dra qu'il cede à leur effort ; & les parties du fluide ayant toûjours plus de force centrifuge que le corps, prendront ſucceſſivement ſa place, juſqu'à ce qu'elles l'ayent chaſſé au centre.

Cette explication générale de la Peſanteur, ſe trouve encore expoſée à de grandes difficultés, dont nous ne rapporterons que les deux principales, qui ſont de M. Huygens.

Ce grand homme objecta,

1°. Que ſi le mouvement d'un pareil Tourbillon étoit aſſez rapide pour chaſſer les corps vers le centre avec tant de force, il devroit faire éprouver aux mêmes corps quelqu'impulſion horiſontale, ou plutôt entraîner

tout dans le ſens de ſa direction.

2°. Qu'en attribuant la cauſe de la peſanteur à un Tourbillon qui ſe meut parallelement à l'Equateur, les corps ne ſeroient point chaſſés vers le centre de la Terre, mais devroient tomber perpendiculairement à l'axe. La chûte des corps étant l'effet de la force centrifuge de la matiére du Tourbillon, & cette force tendant à éloigner cette matiére du centre de chaque cercle qu'elle décrit, elle devroit dans chaque lieu chaſſer les corps vers le centre de ce cercle ; & les corps, au lieu de tendre vers le centre de la Terre, tomberoient perpendiculairement à l'axe.

Or ni l'un ni l'autre de ces deux effets n'arrive. On remarque par-tout que la chûte des corps n'eſt accompagnée d'aucune déviation; & que les corps tombent perpendiculairement à la ſurface de la Terre.

C'eſt le ſort du Syſteme de M. Deſcartes, de trouver toûjours d'habiles défenſeurs. M. Saurin a répondu fort ingénieuſement à ces deux difficultés *.

Voyons les remedes que M. Huygens apporte aux inconvenients qu'il trouve dans le Syſteme de M. Deſcartes. Au lieu

* *Voyés le ſecond Journal des Sçav.* 1703. *& les Mem. de l'Acad.* 1709. *page* 131. *& ce qui a été dit depuis. Comment. Acad. Scient. Imp. Petrop. tom.* 1. *page* 245. *& tome* 2. *page* 318.

de faire mouvoir la matiére éthérée toute enſemble autour des mêmes Poles, il ſuppoſe qu'elle ſe meut en tout ſens dans l'eſpace ſphérique qui la contient. Ces mouvements ſe contrariant les uns les autres, juſqu'à ce qu'ils ſoient devenus circulaires, la matiére éthérée viendra enfin à ſe mouvoir dans des ſurfaces ſphériques dans toutes les directions.

Cette hypotheſe une fois poſée, délivre le Tourbillon des deux objections qu'on lui faiſoit.

1°. La matiére éthérée qui cauſe la peſanteur, circulant dans toutes les directions, elle ne doit pas entraîner les

corps horiſontalement comme le Tourbillon de M. Deſcartes ; parce que l'impulſion horiſontale qu'ils reçoivent de chaque filet de cette matiére, eſt détruite par une impulſion oppoſée.

2°. L'on voit que les corps doivent tomber vers le centre de la Terre ; parce que la matiére éthérée qui circule dans chaque ſuperficie ſphérique, les chaſſant vers l'axe de cette ſuperficie, ils doivent tomber vers l'interſection de tous ces axes, qui eſt le centre de la Terre.

Ce Syſteme ſatisfait mieux aux phénomenes de la peſanteur, que ne fait celui de M. Deſcartes ; mais il faut avouer auſſi qu'il

eſt bien éloigné de ſa ſimplicité. Il n'eſt pas facile de concevoir ces mouvements circulaires de la matiére éthérée dans toutes les directions ; & ceux-mêmes qui veulent tout expliquer par l'impulſion de la matiére éthérée, n'ont pas été contents de ce que M. Huygens a fait pour la ſoûtenir.

M. Bulffinger ne pouvant admettre ce mouvement en tout ſens, a propoſé un troiſiéme Syſteme.

Il prétend que la matiére éthérée ſe meut en même-temps autour de deux axes perpendiculaires l'un à l'autre ; mais quoiqu'un pareil mouvement ſoit déja aſſés difficile à ſuppoſer, il

ſuppoſe encore deux nouveaux mouvements dans la matiére éthérée, oppoſés aux deux premiers. Voilà donc quatre Tourbillons oppoſés deux à deux, qui ſe traverſent ſans ſe détruire.

C'eſt ainſi que dans le Syſteme des Tourbillons, on rend raiſon des deux principaux Phénomenes de la Nature.

Qu'une matiére fluide qui circule, entraîne les Planetes autour du Soleil. Que dans le Tourbillon particulier de chaque Planete, un pareil mouvement de matiére chaſſe les corps vers le centre. Ce ſont-là des idées qui ſe préſentent aſſez naturellement à l'Eſprit.

Mais la nature mieux exami-

née, ne permet pas de s'en tenir à ces premiéres vûes. Ceux qui veulent entrer dans quelque détail, ſont obligés d'admettre dans le Tourbillon ſolaire, l'interruption des mouvements des différentes couches dont nous avons parlé; & dans le Tourbillon terreſtre, tous ces différents mouvements oppoſés les uns aux autres, de la matiére éthérée. Ce n'eſt qu'à ces fâcheuſes conditions, qu'on peut expliquer les phénomenes par le moyen des Tourbillons.

Ces embarras ont fait dire à l'Auteur * que nous avons déja cité pluſieurs fois, que malgré tout ce qu'il faiſoit pour défen-

* M. Bulffinger.

dre les Tourbillons, ceux qui refuſent de les admettre, s'affermiroient peut-être dans leur refus par la matiére dont il les défendoit.

Il faut avouer que juſqu'ici l'on n'a pû encore accorder, d'une maniére ſatisfaiſante, les Tourbillons avec les Phénomenes. Cependant l'on n'eſt pas pour cela en droit d'en conclure l'impoſſibilité. Rien n'eſt plus beau que l'idée de M. Deſcartes, qui vouloit que l'on expliquât tout en Phyſique par la matiére & le mouvement; mais ſi l'on veut conſerver à cette idée ſa beauté, il ne faut pas ſe permettre d'aller ſuppoſer des matiéres & des mouvements,

ſans autre raiſon que le beſoin qu'on en a.

Voyons maintenant comment M. Newton rend raiſon du mouvement des Planetes, & de la Peſanteur.

CHAPITRE IV.

Syſteme de l'Attraction pour expliquer les mêmes Phénomenes.

M. NEWTON commence par démontrer, que ſi un corps qui ſe meut eſt attiré vers un centre immobile, ou mobile, il décrira autour de ce centre des aires proportionnelles aux temps; & réciproquement, que ſi un corps décrit autour d'un

d'un centre immobile, ou mobile, des aires proportionnelles aux temps, il eſt attiré vers ce centre.

Ceci démontré par les raiſonnements de la plus ſûre Géométrie, il l'applique aux Planetes qu'il conſidére ſe mouvoir dans le vuide, ou dans des eſpaces ſi peu remplis de matiére, qu'elle n'apporte aucune réſiſtance ſenſible aux corps qui s'y meuvent. Les Obſervations apprenant que toutes les Planetes du premier ordre autour du Soleil, & tous les Satellites autour de leur Planete principale, décrivent des aires proportionnelles aux temps; il conclut que les Planetes ſont attirées vers le Soleil,

& les Satellites vers leur Planete.

Quelle que ſoit la loi de cette force qui attire les Planetes, c'eſt-à-dire, de quelque maniére qu'elle croiſſe ou diminue, ſelon la diſtance où ſont les Planetes, il ſuffit en général qu'elles ſoient attirées vers un centre, pour que les aires qu'elles décrivent autour, ſuivent la proportion des temps. L'on ne connoît donc point encore par cette proportion obſervée, la loi de la force centrale.

Mais ſi l'une des analogies de Képler, (c'eſt ainſi qu'on appelle cette proportionnalité des aires & des temps) a fait découvrir une force centrale en gé-

néral, l'autre analogie fait connoître la loi de cette force.

Cette autre analogie, comme nous avons vû ci-deſſus, conſiſte dans le rapport entre les temps des révolutions des différentes Planetes & leurs diſtances. Les temps des révolutions des différentes Planetes autour du Soleil, & des Satellites autour de leur Planete, ſont proportionnels aux racines quarrées des cubes de leurs diſtances au Soleil, ou à la Planete principale.

Or cette proportion entre les temps des révolutions, & les diſtances des Planetes, une fois connue, M. Newton cherche quelle doit être la loi, ſelon laquelle la force centrale croît ou

diminue, pour que des corps qui ſe meuvent par une même force dans des Orbites circulaires, ou dans des Orbites fort approchantes, comme ſont les Planetes, obſervent cette proportion entre leurs diſtances & leurs temps périodiques ; & la Géométrie démontre facilement que cette autre analogie ſuppoſe que la force qui attire les Planetes & les Satellites vers le centre, ou plutôt vers le foyer des courbes qu'elles décrivent, eſt réciproquement proportionnelle au quarré de leur diſtance à ce centre, c'eſt-à-dire, qu'elle diminue en même proportion que le quarré de la diſtance augmente.

Ces deux analogies ſi difficiles à concilier dans le Syſteme des Tourbillons, ne ſervent ici que de faits qui découvrent, & la force centrale, & la loi de cette force.

Suppoſer cette force & ſa loi, n'eſt plus faire un Syſteme ; c'eſt découvrir le principe dont les faits obſervés ſont les conſéquences néceſſaires. On n'établit point la peſanteur vers le Soleil, pour expliquer le cours des Planetes ; le cours des Planetes nous apprend qu'il y a une peſanteur vers le Soleil, & quelle eſt ſa loi. Voyons maintenant quel uſage M. Newton va faire du principe qu'il vient de découvrir.

Aidé de la plus ſublime Géométrie, il va chercher la courbe que doit décrire un corps, qui avec un mouvement rectiligne d'abord, eſt attiré vers un centre par une force dont la loi eſt celle qu'il a découverte.

La Solution de ce beau Problême, lui apprend que le corps décrira néceſſairement quelqu'une des Sections coniques; & que ſi la route que trace ce corps, rentre en elle-même, comme il arrive aux Orbites des Planetes, cette courbe ſera une Ellipſe, dans le foyer de laquelle réſidera la force centrale.

Si M. Newton a dû aux deux premiéres analogies, la décou-

verte de l'attraction & de ſa loi, il en voit ici la confirmation par de nouveaux phénomenes. Toutes les obſervations font voir que les Planetes ſe meuvent dans des Ellipſes, dont le Soleil occupe le foyer.

Les Cometes ſi embarraſſantes dans le Syſteme des Tourbillons, donnent une nouvelle confirmation du Syſteme de M. Newton.

M. Newton ayant trouvé que les corps qui ſe meuvent autour du Soleil, tendent vers lui, ſuivant une certaine loi, & doivent ſe mouvoir dans quelque Section conique, comme il arrive en effet aux Planetes, dont les Orbites ſont des Ellipſes,

conſidére les Cometes comme des Planetes qui ſe meuvent par la même loi, dont les Orbites ſont des Ellipſes, mais ſi allongées, qu'on les peut prendre, ſans erreur ſenſible, pour des paraboles.

Il ne s'en tient pas à cette conſidération, qui déja prévient aſſez en ſa faveur, il lui faut quelque choſe de plus exact. Il faut voir ſi l'Orbite d'une Comete, déterminée par quelques points donnés dans les premiéres Obſervations, & par l'attraction vers le Soleil, quadrera avec la trace que la Comete décrit réellement dans le reſte de ſon cours. Il a calculé ainſi, lui & le ſçavant Aſtronome M. Halley, les

Orbites des Cometes, dont les Obſervations nous ont mis en état de faire cette comparaiſon; & l'on ne ſçauroit voir ſans admiration, que les Cometes ſe ſont trouvées aux points de leurs Orbites ainſi déterminées, preſqu'avec autant d'exactitude, que les Planetes ſe trouvent aux lieux de leurs Orbites déterminés par les Tables ordinaires.

Il ne paroît plus manquer à cette Théorie qu'une ſuite aſſez longue d'Obſervations, pour nous mettre en état de reconnoître chaque Comete, & de pouvoir annoncer ſon retour, comme nous faiſons le retour des Planetes aux mêmes points du Ciel. Mais des Aſtres, dont

les révolutions, ſelon toutes les apparences, durent pluſieurs ſiécles, ne paroiſſent guéres faits pour être obſervés par des hommes dont la vie eſt ſi courte.

Voilà, quant au cours des Planetes & des Cometes, tous les Phénomenes expliqués par par un ſeul principe. Les Phénomenes de la peſanteur des corps ne dépendroient-ils point encore de ce principe?

Les corps tombent vers le centre de la Terre; c'eſt l'attraction que la Terre exerce ſur eux qui les y fait tomber. Cette explication eſt trop vague.

Si la quantité de la force attractive de la Terre étoit connue par quelque autre phéno-

mene que celui de la chûte des corps, l'on pourroit voir ſi la chûte des corps, circonſtanciée comme on ſçait qu'elle l'eſt, eſt l'effet de cette même force.

Nous avons vû que comme l'attraction que le Soleil exerce ſur les Planetes, fait mouvoir les Planetes autour de lui, de même l'attraction que les Planetes qui ont des Satellites exercent ſur eux, les fait mouvoir autour d'elles; la Lune eſt Satellite de la Terre, c'eſt donc l'attraction de la Terre qui fait mouvoir la Lune autour d'elle.

L'Orbite de la Lune & le temps de ſa révolution autour de la Terre ſont connus; on peut par-là connoître l'eſpace

que la force qui attire la Lune vers la Terre, lui feroit parcourir dans un temps donné, ſi la Lune venant à perdre ſon mouvement, tomboit vers la Terre en ligne droite avec cette force.

La moyenne diſtance de la Lune à la Terre étant d'environ 60 demi-diametres de la Terre, l'on trouve par un calcul facile, que l'attraction que la Terre exerce ſur la Lune, dans la région où elle eſt, lui feroit parcourir environ quinze pieds dans une minute.

Mais l'attraction croiſſant dans le même rapport que le quarré de la diſtance diminue; ſi la Lune ou quelque autre corps, ſe trouvoient placés près de la

ſuperficie de la Terre, c'eſt-à-dire, 60 fois plus près de la Terre que n'eſt la Lune, l'attraction de la Terre ſeroit 3600 fois plus grande ; & elle feroit parcourir au corps qu'elle attireroit, environ 3600 fois 15 pieds dans une minute ; parce que les corps, dans le commencement de leur mouvement, parcourent des eſpaces proportionnels aux forces qui les font mouvoir.

Or, on ſçait par les expériences de M. Huygens, l'eſpace que parcoure un corps animé par la ſeule peſanteur, vers la ſurface de la Terre ; & cet eſpace ſe trouve préciſément celui que doit faire parcourir la force qui

retient la Lune dans ſon Orbite, augmentée comme elle doit être vers la ſurface de la Terre.

La chûte des corps vers la Terre eſt donc un effet de cette même force ; d'où l'on voit que la peſanteur des corps, plus éloignés du centre de la Terre, eſt moindre que la peſanteur de ceux qui ſont plus proches : quoique les plus grandes diſtances, où nous puiſſions faire des expériences, ſoient trop peu conſidérables pour nous rendre ſenſible cette différence de peſanteur.

Des expériences particulieres ont appris, qu'à la même diſtance du centre de la Terre, les poids des différents corps, qui ré-

ſultent de cette attraction, ſont proportionnels à leurs quantités de matiére.

Cette force qui attire les corps vers la Terre agit donc proportionnellement ſur toutes les parties de la matiére.

Or l'attraction doit être mutuelle ; un corps ne ſçauroit en attirer un autre, qu'il ne ſoit attiré également vers cet autre. Si l'attraction que la Terre exerce ſur chaque partie de la matiére eſt égale, chaque partie de la matiére a auſſi une attraction égale qu'elle exerce à ſon tour ſur la Terre ; & un Atome ne tombe point vers la Terre, que la Terre ne s'éleve un peu vers lui.

C'eſt ainſi que le cours des

Planetes & toutes ſes circonſtances s'expliquent par le principe de l'attraction, mais encore la peſanteur des corps n'eſt qu'une ſuite du même principe.

Je ne parle point ici d'irrégularités ſi peu conſidérables, qu'on les peut négliger ſans erreur, ou expliquer par le principe.

On regarde le Soleil, par exemple, comme immobile au foyer des Ellipſes que décrivent les Planetes; cependant il n'eſt point abſolument immobile, l'attraction entre deux corps étant toujours mutuelle, le Soleil ne ſçauroit attirer les Planetes qu'il n'en ſoit attiré. Si l'on parle donc à la rigueur, le Soleil

leil change continuellement de place ſelon les différentes ſituations des Planetes. Ce n'eſt donc proprement que le centre de gravité du Soleil & de toutes les Planetes qui eſt immobile ; mais l'énormité du Soleil par rapport aux Planetes, eſt telle, que quand elles ſe trouveroient toutes du même côté, la diſtance du centre du Soleil au centre commun de gravité, qui eſt alors la plus grande qu'elle puiſſe être, ne ſeroit que d'un ſeul de ſes diametres.

Il faut entendre la même choſe de chaque Planete qui a des Satellites. La Lune, par exemple, attire tellement la Terre, que ce n'eſt plus le centre de la

Terre qui décrit une Ellipſe au foyer de laquelle eſt le Soleil, mais cette Ellipſe eſt décrite par le centre commun de gravité de la Terre & de la Lune, tandis que chacune de ces Planetes tourne autour de ce centre de gravité, dans l'eſpace d'un mois.

L'attraction mutuelle des autres Planetes n'apporte pas à leur cours de changements ſenſibles; Mercure, Venus, la Terre & Mars n'ont pas aſſez de groſſeur pour que leur action des unes ſur les autres trouble ſenſiblement leur mouvement. Ce mouvement ne ſçauroit être troublé que par Jupiter & Saturne, ou quelques Cometes qui pourroient cauſer quelque mou-

vement dans les Aphélies de ces Planetes, mais ſi lent qu'on le néglige entiérement.

Il n'en eſt pas de même de l'attraction qui s'exerce entre Jupiter & Saturne; ces deux puiſſantes Planetes dérangent leur mouvement réciproquement, lorſqu'elles ſont en conjonction; & ce dérangement eſt aſſez conſidérable pour avoir été obſervé par les Aſtronomes.

C'eſt ainſi que l'attraction & ſa loi ayant été une fois établies par le rapport entre les Aires que les Planetes décrivent autour du Soleil & les temps, & par le rapport entre les temps périodiques des Planetes & leurs diſtances; les autres Phénome-

nes ne ſont plus que des ſuites néceſſaires de cette attraction. Les Planetes doivent décrire les courbes qu'elles décrivent ; les corps doivent tomber vers le centre de la Terre, & leur chûte doit avoir la rapidité qu'elle a ; enfin les mouvements des Planetes reçoivent juſqu'aux dérangements qui doivent réſulter de cette attraction.

Un des effets de l'attraction, qui eſt la chûte des corps, ſe fait aſſez appercevoir ; mais cet effet même eſt ce qui nous empêche de découvrir l'attraction que les corps exercent entre eux. La force de l'attraction étant proportionnelle à la quantité de matiére des corps, l'at-

traction de la Terre sur les corps particuliers nous empêche continuellement de voir les effets de leur attraction propre ; entraînés tous vers le centre de la Terre par une force immense, cette force rend insensibles leurs attractions particulieres, comme la tempête rend insensible le plus leger souffle *.

* Cependant cette Attraction ne seroit pas tout-à-fait insensible, pourvû qu'on la recherchât dans des corps dont les Masses eussent quelque proportion avec la Masse entiere de la Terre. Mrs. Bouguer & de la Condamine envoyés par le Roi au Perou, ont trouvé qu'une très-grosse Montagne appellée *Chimboraço*, située fort près de l'Equateur, attiroit à elle le plomb qui pend au fil des Quart-de-Cercles. Et par plusieurs Observations des hauteurs des Etoiles prises au Nord & au Sud de la Montagne, ils ont trouvé que cette Attraction écartoit le fil à plomb de la Verticale d'un angle de 7″ ou 8″.

Mais ſi l'on porte la vûe ſur les corps qui peuvent manifeſter leur attraction les uns ſur les autres, on verra les effets de l'attraction auſſi continuellement répétés que ceux de l'impulſion. A tout inſtant les mouvements des Planetes la déclarent, pendant que l'impulſion eſt un principe que la Nature ſemble n'employer qu'en petit.

L'attraction n'étant pas moins poſſible dans la nature des choſes, que l'impulſion; les Phénomenes qui indiquent l'attraction étant auſſi fréquents que ceux qui prouvent l'impulſion; lorſqu'on voit un corps tendre vers un autre, dire que ce n'eſt point qu'il ſoit attiré, mais qu'il y a

quelque matiére inviſible qui le pouſſe, c'eſt à peu-près raiſonner comme feroit un partiſan de l'attraction, qui voyant un corps pouſſé par un autre, ſe mouvoir, diroit que ce n'eſt point par l'effet de l'impulſion qu'il ſe meut, mais parce que quelque corps inviſible l'attire.

C'eſt maintenant au Lecteur à examiner ſi l'attraction eſt ſuffiſamment prouvée par les faits, ou ſi elle n'eſt qu'une fiction gratuite dont on peut ſe paſſer.

CHAPITRE V.

Des différentes loix de la Peſanteur, & des figures qu'elles peuvent donner aux Corps céleſtes.

JE reviens à examiner plus particulierement la Peſanteur dont les effets combinés avec ceux de la force centrifuge, déterminent les figures des Corps céleſtes.

Pour que ces Corps parviennent à des Figures permanentes, il faut que toutes leurs parties ſoient dans un équilibre parfait. Or ces parties ſont animées par deux forces, deſquelles doit dépendre cet équilibre ; l'une, qui

eſt la force centrifuge qu'elles acquerrent par leur révolution, tend à les écarter du centre ; l'autre qui eſt la Peſanteur, tend à les en approcher. Sur la force centrifuge, il ne peut y avoir de diſpute : elle n'eſt que cet effort, que les corps qui circulent, font pour s'écarter du centre de leur circulation : & elle vient de la force qu'ont les corps pour perſévérer dans l'état où ils ſont une fois, de repos ou de mouvement. Un corps forcé de ſe mouvoir dans quelque courbe, fait un effort continuel pour s'échaper par la tangente de cette courbe ; parce que dans chaque inſtant, ſon état eſt de ſe mouvoir dans les petites droites

qui compoſent la courbe, & dont les prolongements ſont les tangentes. La nature de la force centrifuge, & ſes effets ſont donc bien connus.

Il n'en eſt pas ainſi de la Peſanteur; les Philoſophes ſe ſont fait différens ſyſtêmes ſur la Nature de cette force ; mais ſans nous arrêter à parcourir les differentes loix de Peſanteur qu'on pourroit imaginer, ni même toutes celles qui ſont compriſes dans les formules des Problêmes qu'on trouvera à la fin de cet Ouvrage, il me ſemble qu'on peut réduire dans notre *ſyſtême ſolaire* les idées les plus vraiſemblables à trois différentes loix de peſanteur.

1°. Si l'on jugeoit de la loi de la peſanteur par ce qui ſe paſſe ſeulement autour de la Terre. La Terre étant à peu-près ſphérique, & les corps tombant par tout par des lignes perpendiculaires à ſa ſurface, la peſanteur tend par-tout au centre de la Terre, ou à peu-près au centre.

Les ſymptomes que les corps qui tombent, éprouvent dans leur chûte, les vîteſſes qu'ils acquerrent, & les eſpaces qu'ils parcourent, font voir qu'ils tombent comme s'ils étoient accélérés par une force uniforme & toujours la même.

A juger donc de la peſanteur par ces premieres vûes, on pourroit croire que c'eſt une force

conſtante dirigée vers le centre de la Planete que nous habitons ; & l'on pourroit penſer qu'il y a de telles forces vers les centres des autres corps céleſtes. C'eſt cette loi d'une peſanteur conſtante que M. Huygens a ſuppoſée dans ſes Recherches ſur la figure de la Terre.

2°. On peut ne pas s'en tenir à juger de la peſanteur par les ſymptomes des corps qui tombent : comme on ne peut faire d'expériences ſur ces corps, qu'à de petites diſtances de la ſurface de la Terre, on peut douter ſi les ſymptomes ſeroient les mêmes à des diſtances plus grandes. La force qui fait tomber les corps, pourroit être dif-

férente à différentes diſtances de la ſurface de la Terre, ſans que ces différences nous fuſſent ſenſibles dans le peu d'étendue où ſe font nos expériences.

On a donc pouſſé la vûe plus loin; on a cherché ſi la force qui fait tomber les corps vers le centre de la Terre, ne pourroit pas être celle qui retient la Lune dans ſon Orbite, & qui l'empêche de s'en écarter, comme ſûrement elle tend à faire, puiſqu'elle décrit une courbe autour de la Terre. Comparant ces deux forces, on a vû que celle qui fait tomber les corps vers le centre de la Terre, étoit la même qui retient la Lune dans ſon Orbite, diminuée en

raiſon du quarré de la diſtance de la Lune à la Terre.

Si donc on juge de la peſanteur par ces deux phénomenes, par celui de la chûte des corps vers le centre de la Terre, & par la *Détention* de la Lune dans ſon Orbite, on la regardera comme une force dirigée vers le centre de la Terre, qui ſuit la proportion renverſée du quarré des diſtances à ce centre.

Nous ne pouvons expérimenter comment tomberoient les corps vers la ſurface des autres Planetes; mais nous pouvons déterminer la loi de leur peſanteur par le mouvement des Satellites de celles qui en ont: & ces mouvements nous font voir

une même loi de peſanteur vers chacune de ces Planetes, que celle que nous avons trouvée vers la Terre. Enfin les mouvements de toutes les Planetes autour du Soleil, donnent encore cette même loi de peſanteur vers le Soleil.

On peut donc par toutes ces conſidérations penſer que la peſanteur ſe fait vers les centres du Soleil, des Planetes, & des autres corps céleſtes, ſuivant la proportion renverſée du quarré des diſtances à ces centres.

3°. Enfin on peut regarder la peſanteur comme l'effet d'une force répandue dans la matiére, par laquelle toutes ſes parties s'attirent. Le concours de tou-

tes les forces de la matiére qui compoſe la Terre, attire & fait tomber les corps vers ſa ſurface, retient la Lune dans ſon Orbite, & produit vers les autres Planetes & vers le Soleil des Phénomenes ſemblables, toujours à proportion de la quantité de ces forces, de leur direction, & de leur diſtance.

C'eſt ainſi que M. Newton a conſidéré la Peſanteur, il a découvert que cette force répandue dans chaque particule de matiére, agiſſoit en raiſon directe de la maſſe où elle réſide, & en raiſon renverſée du quarré de ſa diſtance : il en a calculé les effets & déduit tous les Phénomenes.

Quant

Quant à la premiére idée de cette force, pluſieurs Philoſophes l'avoient eue avant lui. Sans parler des Anciens, ſans parler de Képler qui en avoit ſenti le beſoin pour expliquer les mouvements des Planetes, deux Hommes illuſtres du ſiécle paſſé avoient de l'attraction une idée fort ſemblable à celle qu'en a donnée M. Newton; voici comme ils en parlent *.

La commune opinion eſt que la peſanteur eſt une qualité qui réſide dans le corps même qui tombe.

D'autres ſont d'avis que la deſcente des Corps procéde de l'attrac-

* *Fermat. var. oper. Mathem. pag.* 124. Lettre de M. de Paſcal & de Roberval à M. de Fermat.

tion d'un autre Corps qui attire celui qui deſcend, comme la Terre.

Il y a une troiſiéme opinion qui n'eſt pas hors de vraiſemblance; que c'eſt une attraction mutuelle entre les Corps, cauſée par un déſir naturel que les Corps ont de s'unir enſemble; comme il eſt évident au Fer & à l'Aimant, leſquels ſont tels que ſi l'Aimant eſt arrêté, le Fer ne l'étant pas l'ira trouver; & ſi le Fer eſt arrêté, l'Aimant ira vers lui, & ſi tous deux ſont libres, ils s'approcheront réciproquement l'un de l'autre, enſorte toutes fois que le plus fort des deux fera le moins de chemin, &c.

Ceux que le mot d'*Attraction* bleſſe, & qui reprochent à M. Newton d'avoir ramené dans la Philoſophie les qualités occultes,

verront que le terme dont on ſe ſert ici de *Déſir naturel*, eſt plus dur que tout ce que M. Newton a jamais dit ſur cette matiére.

Voilà quelles ſont les idées qu'on peut avoir ſur la Peſanteur, par les phénomenes qu'on obſerve dans notre *Syſtême ſolaire*. Ils font tous voir qu'il y a autour des corps céleſtes une force qui fait tomber les corps vers quelque centre qui ſe trouve dans ces corps; ſoit que cette force ſoit le réſultat d'autres forces répandues dans toutes le parties de la matiére, ſoit qu'elle tende elle-même vers des points centraux.

Mais autour des autres Soleils, autour des Etoiles fixes,

& autour des Planetes que vraiſemblablement elles ont, les mêmes Phénomenes auroient-ils lieu? & les mêmes loix de peſanteur s'obſerveroient-elles? Rien ne peut nous en aſſurer, & nous n'en pouvons juger que par une eſpéce d'induction.

Toutes les loix précédentes de peſanteur donnent aux Aſtres qui ont une révolution autour de leur axe, les figures de ſphéroïdes applatis: & quoique les Planetes que nous connoiſſons dans notre *Syſtême ſolaire* approchent de la ſphéricité, elles n'en étoient pas moins ſujettes à des figures fort applaties. Il ne falloit pour cela qu'une peſanteur moins grande ou une révo-

lution plus rapide autour de leur axe. Et pourquoi l'eſpéce d'uniformité que nous voyons dans un petit nombre de Planetes nous empêcheroit-elle de ſoupçonner du moins la variété des autres que nous cache l'immenſité des Cieux? Rélégués dans un coin de l'Univers avec de foibles organes, pourquoi bornerions-nous les choſes au peu que nous en appercevons?

Quoique pluſieurs des loix de peſanteur qui ſont compriſes dans les formules des Problêmes qu'on trouvera à la fin de cet Ouvrage, ne permettent aux Planetes & aux Soleils, que des applatiſſements limités, une infinité de ces loix donneroient

aux Aſtres des figures plus variées, des applatiſſements ſans bornes, & pourroient les réduire à n'être que des Plans circulaires.

CHAPITRE VI.

Taches lumineuſes découvertes dans le Ciel.

DANS ces derniers temps, non ſeulement on a découvert que quelques Planetes de notre *Syſtême ſolaire*, n'étoient pas des Globes parfaits : on a porté la vûe juſques dans le Ciel des Etoiles fixes, & par le moyen des grandes Lunettes, on a trouvé dans ces Régions éloignées des Phénomenes qui ſemblent

annoncer une auſſi grande variété dans ce genre, qu'on en voit dans tout le reſte de la nature.

Des amas de matiére fluide qui ont un mouvement de révolution autour d'un centre, doivent, ſelon une infinité de loix de peſanteur, former des Aſtres fort applatis & en forme de Meules, qu'on rangera dans la claſſe des Soleils, ou des Planetes, ſelon que la matiére qui les forme ſera lumineuſe par elle-même, ou opaque & capable de réfléchir la lumiere. Soit que la matiére de ces Meules ſoit par-tout de même nature, ſoit que peſant vers quelque Aſtre d'une nature différente, elle

l'inonde de toutes parts, & forme autour un ſphéroïde applati qui renferme l'Aſtre.

De célébres Aſtronomes s'étant appliqués à obſerver ces Apparences céleſtes qu'on appelle *Nébuleuſes*, & qu'on attribuoit autrefois à la lumiere confondue de pluſieurs petites Etoiles fort proches les unes des autres, & s'étant ſervis de Lunetes plus fortes que les Lunetes ordinaires, ont découvert, que du moins pluſieurs de ces Apparences, non-ſeulement n'étoient point cauſées par ces amas d'Etoiles qu'on avoit imaginés, mais même n'en renfermoient aucune; & ne paroiſſoient être que de grandes Aires

ovales, lumineuſes, ou d'une lumiere plus claire que le reſte du Ciel.

M. Huygens fut le premier qui découvrit dans la Conſtellation d'*Orion* une Tache de figure irréguliere, & d'une teinte différente de tout le reſte du Ciel, dans laquelle ou à travers laquelle il apperçut quelques petites Etoiles *.

M. Halley parle de 6. de ces Taches, dont la 1re eſt dans l'*Epée d'Orion*, la 2e. dans *le Sagittaire*, la 3e. dans *le Centaure*, la 4e. précede le pied droit d'*Antinoüs*, la 5e. dans *Hercule*, & la 6e. dans la *Ceinture d'Andromede* **.

* *Hug. Syſt. Saturn.*
** *Tranſactions Philoſophiques, Num.* 347.

Cinq de ces Taches ayant été obſervées avec un Téleſcope de refléxion de 8. pieds, il ne s'en eſt trouvé qu'une, celle qui précede le pied *d'Antinoüs* qui puiſſe être priſe pour un amas d'Etoiles.

Les 4. autres paroiſſent de grandes Aires blanchâtres, & ne différent entr'elles, qu'en ce que les unes ſont plus rondes, & les autres plus ovales. Dans celle d'*Orion* les petites Etoiles qu'on découvre avec le Téleſcope ne paroiſſent pas capables de cauſer ſa blancheur *.

M. Halley a été fort frappé de ces Phénomenes qu'il croit propres à éclaircir une choſe

* *Tranſactions Philoſophiques, Num.* 428.

qui paroît difficile à entendre dans le livre de *la Geneſe*; qui eſt que la lumiere fut créée avant le Soleil. Enfin il recommande ces merveilleux Phénomenes aux ſpéculations des Naturaliſtes & des Aſtronomes.

M. Derham a été plus loin, il regarde ces Taches comme des Trous à travers leſquels on découvre une région immenſe de lumiere, & enfin *le Ciel Empyrée.*

Il prétend avoir pû diſtinguer que les Etoiles qu'on apperçoit dans quelques-unes ſont beaucoup moins éloignées de nous que ces Taches. Mais c'eſt ce que l'Optique nous apprend, qu'on ne ſçauroit décider. Paſſé un certain éloignement, qui

même n'eſt pas fort conſidérable, il n'eſt pas poſſible de déterminer lequel eſt le plus éloigné de deux objets qui n'ont ni l'un ni l'autre de parallaxe ; & dont les degrés de lumiere ſont inconnus.

Quoique vraiſemblablement il y ait de ces Taches répandues en grand nombre par-tout le Ciel, on ſera peut-être bien-aiſe de trouver ici les lieux des principales, qu'on a juſqu'ici découvertes. Les voici d'après Hévélius.

Lieux des Nébuleuſes.	Leur Aſcenſion droite pour l'an 1660.			Leur Déclinaiſon pour l'an 1660.		
	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Dans la ceinture d'Andromede.	6.	4.	45.	39.	27.	57. N.
Dans le front du Capricorne.	300.	2.	53.	20.	1.	53. S.
Une autre précédant l'œil du Capricorne.	301.	59.	55.	19.	11.	30. S.
Une autre qui le ſuit.	302.	35.	9.	19.	36.	0. S.
Une au-deſſus de celles-là, qui joint l'œil du Capricorne.	302.	25.	31.	18.	48.	58. S.
Celle qui précéde au-deſſus de la Queue du Cigne, & la derniere de ſon Pied	304.	54.	8.	47.	54.	20. N.
Une qui eſt après une Etoile au-deſſus de la Queue du Cigne, hors de la Conſtellation.	312.	10.	5.	53.	5.	20. N.
Au dehors du Pied gauche d'Hercule.	264.	52.	46.	48.	9.	10. N.
Dans la jambe gauche d'Hercule.	265.	38.	37.	38.	5.	50. N.
Sur le ſommet de la Tête d'Hercule	252.	24.	3.	13.	18.	37. N.
A l'Oreille de Pégaſe.	332.	38.	45.	3.	3.	12. N.
Au bord Occidental du Bouclier de Sobieski. . . .	272.	32.	34.	14.	23.	35. S.
Sur le fleau de la Balance. . .	219.	26.	15.	9.	16.	27. S.
Au deſſus du Dos de la Grande Ourſe	183.	32.	41.	60.	20.	33. N.
Sur la troiſiéme jointure de la Queue du Scorpion...	12.	43.	00. ↤ long.	19.	1.	0. S. lat.
Entre la Queue du Scorpion, & l'Arc du Sagittaire.	24.	32.	00. ↤ long.	11.	25.	0. S. lat.

Tous ces Phénomenes ſe trouvent par notre Syſtême ſi naturellement & ſi facilement expliqués, qu'il n'eſt preſque pas beſoin d'en faire l'application.

Nous avons vû qu'il peut y avoir dans les Cieux des maſſes de matiere ſoit lumineuſe, ſoit réfléchiſſant la lumiere, dont les formes ſont des ſphéroïdes de toute eſpéce, les uns approchants de la ſphéricité, les autres fort applatis. De tels Aſtres doivent cauſer des apparences ſemblables à celles dont nous venons de parler.

Ceux qui approchent de la ſphéricité ſeront vûs comme des Taches circulaires, quelqu'angle que faſſe l'axe de leur révo-

lution avec le plan de l'Ecliptique ; les autres, dont la figure eſt applatie, doivent paroître des Taches circulaires ou ovales, ſelon la maniere dont le Plan de leur Equateur ſe préſente à l'Ecliptique.

Enfin ces Aſtres applatis doivent nous préſenter des figures irrégulieres ; ſi pluſieurs, diverſement inclinés & placés à différentes diſtances, ont quelques-unes de leurs parties cachées pour nous par les parties des autres.

Quant à la matiére dont ils ſont formés ; il n'eſt guere permis de prononcer ſi elle eſt auſſi lumineuſe que celle des Etoiles, & ſi elle ne brille moins

que parce qu'elle eſt plus éloignée.

S'ils ſont formés d'une matiere auſſi lumineuſe que les Etoiles, il faut que leur groſſeur ſoit énorme par rapport à la leur, pour que, malgré leur éloignement beaucoup plus grand, que fait voir la diminution de leur lumiere, on les voye au Téleſcope avec grandeur & figure.

Et ſi on les ſuppoſe d'une groſſeur égale à celle des Etoiles; il faut que la matiere qui les forme ſoit moins lumineuſe, & qu'elles ſoient infiniment plus proches de nous, pour que nous les puiſſions voir avec une grandeur ſenſible.

On prétend cependant que ces

ces Taches n'ont aucune parallaxe : & c'eſt un fait qui mérite d'être obſervé avec ſoin ; car peut-être que ce n'eſt que par un trop petit nombre d'Aſtres obſervés qu'on a déſeſpéré de la parallaxe des autres.

On ne peut juſqu'ici s'aſſurer ſi les Aſtres qui forment ces Taches, ſont plus ou moins éloignés que les Etoiles fixes. S'ils le ſont plus ; les Etoiles qu'on découvre dans la Tache d'*Orion*, & qu'on découvriroit vraiſemblablement dans pluſieurs autres, ſont vûes projettées ſur le Diſque de nos Aſtres dont la lumiere plus foible que celle de l'Etoile ne peut la ternir : s'ils le ſont moins ; la matiére qui les

forme, n'empêche pas que nous voyons les Etoiles à travers, comme on les voit à travers les queues des Cometes.

CHAPITRE VII.

Des Etoiles qui s'allument ou qui s'éteignent dans les Cieux ; & de celles qui changent de grandeur.

LA différence entre l'axe de notre Soleil & le diamétre de ſon Equateur, n'eſt preſque rien : la peſanteur immenſe vers ce grand corps, & la lenteur de ſa révolution autour de ſon axe, ne lui permettent qu'un applatiſſement inſenſible. D'autres Soleils pourroient être applatis à l'infini.

Toutes ces figures s'accordent auſſi-bien avec les loix de la Statique, que celle d'un ſphéroïde plus approchant de la ſphére ; il n'y a que la ſphéricité parfaite qui ne s'y accorde pas, dès qu'ils tournent autour de leur axe.

On ne connoît juſqu'ici la figure des Etoiles fixes par aucune obſervation : nous ne les voyons que comme des points lumineux, dont l'éloignement nous empêche de diſcerner les parties. On peut raiſonnablement penſer que dans leur multitude il ſe trouve des figures de toute eſpece.

Cela poſé, il eſt facile d'expliquer comment quelques Etoiles ont diſparu dans les Cieux,

comment d'autres ont ſemblé s'allumer, ont duré quelque temps, enſuite ont ceſſé de luire & ont paru s'éteindre.

Tout le monde ſçait la diſparition d'une des *Pléiades*. On obſerva en 1572. une nouvelle Etoile qui vint paroître dans la *Caſſiopée*, qui l'emportoit en lumiere ſur toutes les Etoiles du Ciel, & qui, après avoir duré plus d'un an, diſparut. On en avoit vû une dans la même Conſtellation en 945. ſous l'empire d'*Othon*; il eſt fait mention d'une qui parut encore vers la même Région du Ciel en 1264. & ces trois pourroient aſſez vraiſemblablement n'être que la même.

On obſerve auſſi dans quel-

ques Conſtellations, des Etoiles dont la lumiere paroît croître & diminuer alternativement; il s'en trouve une dans le *Col de la Baleine*, qui ſemble avoir des périodes réglées d'augmentation & de diminution, & qui depuis pluſieurs années étonne les Obſervateurs. Le Ciel & les temps ſont remplis de ces phénomenes *.

Je dis maintenant que ſi parmi les Etoiles, il s'en trouve d'une figure fort applatie; elles nous paroîtront comme feroient des Etoiles ſphériques, dont le diametre ſeroit le même que celui de leur Equateur, lorſqu'el-

* Voyez l'Hiſtoire de ces Etoiles dans les Elem. d'Aſtron. de M. Caſſini.

les nous préſenteront leur face ; mais ſi elles viennent à changer de ſituation, par rapport à nous, ſi elles nous préſentent leur tranchant, nous verrons leur lumiere diminuer plus ou moins, ſelon la différente maniere dont elles ſe préſenteront ; & nous les verrons tout-à-fait s'éteindre, ſi leur applatiſſement & leur diſtance ſont aſſez conſidérables.

De même des Etoiles que leur ſituation nous avoit empêché d'appercevoir, paroîtront, lorſqu'elles prendront une ſituation nouvelle ; & ces alternatives ne dépendront que du changement de ſituation de ces Aſtres par rapport à nous.

Il ne faut plus qu'expliquer comment il peut arriver du changement dans la ſituation de ces Etoiles applaties.

Tous les Philoſophes d'aujourd'hui regardent chaque Etoile fixe, comme un Soleil à peu-près ſemblable au nôtre, qui a vraiſemblablement ſes Planetes & ſes Cometes, c'eſt-à-dire, qui a autour de lui des corps qui circulent avec différentes excentricités.

Quelqu'une de ces Planetes qui circulent autour d'un Soleil applati, peut avoir une telle excentricité, & ſe trouver ſi près de ſon Soleil dans ſon Périhélie, qu'elle dérangera ſa ſituation, ſoit par la peſanteur que cha-

que Planete porte, pour ainſi dire avec elle, ſelon le ſyſtême de M. Newton, qui fait que dès qu'elle paſſe auprès de ſon Soleil, la peſanteur de ſon Soleil vers elle, & la peſanteur d'elle vers lui, ont un effet ſenſible; ſoit par la preſſion qu'une telle Planete cauſeroit alors au fluide qui ſe trouveroit reſſerré entre elle & ſon Soleil, ſi l'on vouloit encore admettte des Tourbillons.

De quelque cauſe que vienne la peſanteur; tout conduit à croire qu'il y a autour de chaque Planete & de chaque corps céleſte une force qui feroit tomber les corps vers eux, comme celle que nous éprouvons ſur

notre Terre. Une pareille force ſuffit pour changer la ſituation d'un Soleil, lorſqu'une Planete paſſe fort proche de lui; & cette ſituation changera ſelon la maniere dont le plan de l'Orbite de la Planete coupera le plan de l'Equateur du Soleil.

Le paſſage des Planetes dans leur Périhélie auprès des Soleils applatis, doit non-ſeulement leur faire préſenter des faces différentes de celles qu'ils préſentoient; il peut encore changer la ſituation de leur centre, & les déplacer entiérement. Mais on voit aſſez que quand le centre de ces Soleils ſeroit avancé ou reculé de la diſtance d'un ou de pluſieurs de leurs diamétres,

ce changement ne pourroit pas nous être ſenſible pour des Etoiles dont le diametre ne nous l'eſt pas. Ainſi quand on auroit obſervé avec exactitude que le lieu de ces Etoiles ſujettes au changement a toujours été le même dans le Ciel, il n'y auroit rien en cela qui fût contraire à notre théorie. On a prétendu cependant avoir remarqué quelque changement de ſituation dans quelques-unes.

Les Etoiles dont les alternatives d'augmentation & de diminution de lumiere ſont plus fréquentes, comme l'Etoile du *Col de la Baleine*, ſeront environnées de Planetes, dont les révolutions ſeront plus courtes.

L'Etoile de *Caſſiopée*, & celles dont on n'a point obſervé d'alternatives, ne ſeront dérangées que par des Planetes dont les révolutions durent pluſieurs ſiécles.

Enfin, dans des choſes auſſi inconnues que nous le ſont les Planetes qui circulent autour de ces Soleils, leurs nombres, leurs excentricités, les temps de leurs révolutions, les combinaiſons des effets de ces Planetes les unes ſur les autres, on voit qu'il n'y aura que trop de quoi ſatisfaire à tous les phénomenes d'apparition & de diſparition, d'augmentation & de diminution de lumiere.

CHAPITRE VIII.

De l'Anneau de Saturne.

APRE'S avoir vû que vraiſemblablement il ſe trouvoit dans les Cieux des Aſtres fort applatis, & que ces Aſtres devoient produire tous les Phénomenes d'apparition de nouvelles Etoiles, & de diſparition; d'augmentation & de diminution de ſplendeur qu'on a obſervée dans pluſieurs; nous tirons de notre théorie l'explication d'un Phénomene qui paroît encore plus merveilleux, & qui, quoiqu'il ſoit l'unique de cette eſpece qui paroiſſe à nos yeux,

n'eſt peut-être pas l'unique qui ſoit dans l'Univers.

Je veux parler de l'*Anneau* qu'on obſerve autour de Saturne ; & en général des Anneaux qui ſe peuvent former autour des Aſtres.

Les Cometes ne ſont, comme nous avons vû, que des Planetes fort excentriques, dont quelques-unes, après s'être fort approchées du Soleil, s'en éloignent en traverſant les Orbites des Planetes plus régulieres, & parcourent ainſi les différentes Régions du Ciel.

Lorſqu'elles retournent de leur Périhélie, on les voit traîner de longues *Queues* qui vraiſemblablement ſont des *Torrents*

immenſes de vapeur, que l'ardeur du Soleil a fait élever de leur corps. Si une Cométe dans cet état paſſe auprès de quelque puiſſante Planete, la peſanteur vers la Planete pourra détourner ce Torrent, & le déterminer à circuler autour d'elle, ſuivant quelque Ellipſe ou quelque Cercle : & la Comete fourniſſant toujours de nouvelle matiere, ou celle qui étoit déja répandue étant ſuffiſante, il s'en formera un cours continu, ou une eſpece d'Anneau autour de la Planete.

Or quoique la colonne qui forme le torrent, ſoit d'abord cilindrique, ou conique, ou de quelque autre figure, elle ſera

bientôt applatie, dès qu'elle circulera avec rapidité autour de quelque Planete ou de quelque Soleil, & formera bientôt autour un Anneau mince.

Le corps même de la Comete pourra être entraîné par l'Aſtre, & forcé de circuler autour de lui.

Ce que j'ai dit ci-deſſus des Planetes plattes qui devoient ſe trouver dans le ſyſtême du Monde, eſt confirmé dans notre ſyſtême ſolaire, par les Obſervations qu'on a faites de l'applatiſſement de Jupiter, & par notre meſure de la Terre.

A l'égard des Etoiles plattes, les Phénomenes précédens paroiſſent nous avertir qu'il y a en

effet de ces Etoiles dans les Cieux.

Mais quant aux torrents qui circulent autour des Planetes; nous voyons une Planete où il ſemble que tout ſe ſoit paſſé comme je viens de le dire: & l'on ne devroit pas s'étonner quand on verroit des Planetes ceintes de pluſieurs Anneaux pareils à celui de Saturne.

Ces Anneaux doivent ſe former plutôt autour des groſſes Planetes que des petites, puiſqu'ils ſont l'effet de la peſanteur plus forte vers les groſſes Planetes que vers les petites; ils doivent auſſi ſe former plutôt autour des Planetes les plus éloignées du Soleil, qu'autour de

de celles qui en ſont plus proches ; puiſque dans ces lieux éloignés, la vîteſſe des Cometes ſe rallentit, & permet à la Planete d'exercer ſon action plus long-temps, & avec plus d'effet ſur le Torrent.

Tout ceci eſt confirmé par l'expérience ; la ſeule Planete que nous voyons ceinte d'un Anneau, ſe trouve une des plus groſſes, & la plus éloignée du Soleil.

Le nombre des Satellites qu'a Saturne, & la grandeur de ſon Anneau, peuvent faire croire qu'il les a acquis aux dépens de pluſieurs Cométes. En effet, il faut que cet Anneau, tout mince qu'il nous paroît, ſoit formé

d'une quantité prodigieuſe de matiere, pour pouvoir jetter ſur le diſque de la Planete l'ombre que les Aſtronomes y obſervent ; pendant que la matiere des queues des Cometes paroît ſi peu denſe, qu'on voit ordinairement les Etoiles à travers. Il eſt vrai auſſi que la peſanteur que la matiere de ces queues acquiert vers la Planete, lorſqu'elle eſt forcée de circuler autour, la doit condenſer.

Quant aux Planetes qui ont des Satellites, ſans avoir d'Anneau ; l'on voit aſſez que la Queue étant une choſe accidentelle aux Cometes, & ne ſe trouvant qu'à celles qui ont été aſſez proches du Soleil, une

Comete ſans queue pourra devenir Satellite d'une Planete, ſans lui donner d'Anneau. Il eſt poſſible auſſi qu'une Planete acquiere un Anneau ſans acquerir de Satellite, ſi la Planete trop éloignée du corps de la Comete, ne peut entraîner que ſa queue.

La matiére qui forme ces Anneaux, au lieu de reſter ſoutenue en forme de voute autour de la Planete, peut l'inonder de toutes parts, & former autour d'elle une eſpéce d'atmoſphére applatie; & ce qui peut arriver aux Planetes, peut arriver de la même maniere aux Soleils. On prend pour une atmoſphére ſemblable autour de notre Soleil,

cette lumiere que M. Caſſini * a obſervée dans le Zodiaque.

M. Newton a remarqué que la vapeur des Cometes pouvoit ſe répandre ſur les Planetes, lorſqu'elles venoient à s'approcher; il a cru cette eſpéce de communication néceſſaire pour réparer l'humidité que les Planetes perdent ſans ceſſe. Il a cru même que les Cometes pouvoient quelquefois tomber dans le Soleil ou dans les Etoiles; & c'eſt ainſi qu'il explique comment une Etoile, dont la lumiere eſt prête à s'éteindre, ſi quelque Cométe lui vient fournir un nouvel aliment, reprend ſa pre-

* Memoires de l'Académie des Sciences, depuis 1666. juſqu'à 1699. Tome VIII.

miere ſplendeur. De célébres Philoſophes Anglois, M. Halley, & M. Whiſton, ont bien remarqué que ſi quelque Comete rencontroit notre Terre, elle y cauſeroit de grands accidents, comme des bouleverſements, des déluges, ou des embraſements. Mais au lieu de ces ſiniſtres cataſtrophes, la rencontre des Cometes pourroit ajouter de nouvelles merveilles, & des choſes utiles à notre Terre.

FIN.

CALCUL

Des Figures que doivent prendre les Fluides, qui tournent autour de leur axe.

SI la peſanteur ſe fait vers des centres ſuivant quelque proportion que ce ſoit, de quelque puiſſance de la diſtance à ces centres, nos calculs donneront les vrayes figures que les Corps céleſtes peuvent avoir, pour chaque loi de peſanteur.

Les deux Elements d'où dépendent ces figures ſont la peſanteur & la force centrifuge; c'eſt de la combinaiſon de ces deux forces, c'eſt de leur plus grand ou plus petit rapport l'une à l'autre, que dépend le plus ou le moins d'applatiſſement de ces corps.

Si l'on conſidére la peſanteur com-

me une propriété inhérente à la matiere, dont les parties s'attirent les unes les autres, ſuivant la loi que M. Newton a établie, & que de là naiſſe la peſanteur vers les Corps céleſtes; quoique la peſanteur ne ſe faſſe plus préciſement vers les centres de ces corps, & dépende de leurs quantités de matiere & de leurs figures : les corps fluides qui circulent autour d'un axe, n'en ſeront pas moins ſujets à toutes les figures dont nous avons parlé, & à tous les applatiſſements poſſibles.

Si, comme pluſieurs Philoſophes le prétendent, & comme il eſt aſſez probable, il ſe trouve au centre de ces Corps des Noyaux d'une matiere beaucoup plus denſe que le reſte, les parties hors du noyau peſant vers ſon centre, comme les corps peſent vers les centres des ſpheres au dehors deſquelles ils ſe trouvent, & l'attraction de la matiere moins denſe ne trou-

blant que très-peu cette loi, les figures que nous déterminons, différeront peu des véritables figures; & ceci doit avoir ſur-tout lieu pour les fluides rares qui forment autour des corps céleſtes des Atmoſphéres.

Si l'on conſidére la peſanteur ſous la ſeconde idée (Chapitre V.) c'eſt-à-dire, qu'on la regarde comme ſe faiſant vers le centre, & ſuivant la raiſon renverſée du quarré de la diſtance à ce centre. Ou ſi l'on conſidére la peſanteur comme l'effet d'une force répandue dans la matiere, par laquelle toutes ſes parties s'attirent en raiſon renverſée du quarré de leur diſtance, d'où réſulte vers chaque Planete, pour les corps qui ſont placés au-dehors, une force toute ſemblable à celle qui ſeroit dirigée vers un centre, qui feroit tomber les corps dans ce centre, & qui retiendroit les Satellites dans leurs Orbites.

Dans l'un & l'autre de ces cas, on

peut déterminer pour chaque corps céleſte le rapport de la peſanteur ſur ſon Equateur à la force centrifuge, pourvû que l'Aſtre ait une révolution connue autour de ſon axe & ait quelque Satellite qui circule autour de lui, dont la diſtance & le temps périodique ſoient connus.

Voici une Propoſition pour déterminer dans ces circonſtances le rapport de la peſanteur à la force centrifuge.

PROPOSITION I.

Faiſant le demi-diametre de l'Equateur d'un Aſtre = D ; *le temps de ſa révolution ſur ſon axe* = T ; *la diſtance de l'Aſtre à quelque Planete qui circule autour de lui* = Δ ; *le temps périodique de cette Planete* = Θ ; *la peſanteur ſur l'Equateur de l'Aſtre* = P ; *& la force centrifuge* = F ; *on a* F : P : : $D^3 \Theta\Theta$: $\Delta^3 TT$.

La peſanteur étant la force qui retient les Planetes dans les Orbites, les fléches des petits Arcs qu'elles décrivent dans des temps donnés, ſont les quantités, dont la peſanteur les fait tomber pendant ce temps vers le centre de leurs Orbites. Et dans ces petits Arcs décrits en même-temps par différentes Planetes autour du Soleil, ou par des Satellites autour de leur Planete principale, les peſanteurs vers le Soleil ou vers les Planetes principales ſont proportionnelles aux fléches des Arcs décrits. On a donc par-là le rapport de la peſanteur que chaque Planete éprouve dans le lieu où elle eſt vers le centre autour duquel elle ſe meut. On a, par exemple, le rapport de la peſanteur de Venus ou de la Terre vers le centre du Soleil, à la peſanteur de la Lune ou d'un Satellite de Jupiter ou de Saturne vers le centre de ſa révolution. Et comme les peſanteurs croiſſent, com-

me les quarrés des diſtances diminuent, on a le rapport de la peſanteur que Venus éprouve là où elle eſt, vers le centre du Soleil, à la peſanteur qu'elle éprouveroit ſur ſa ſuperficie : on a le rapport de la peſanteur qu'un Satellite éprouve là où il eſt, vers le centre de ſa Planete, à la peſanteur qu'il éprouveroit ſur ſa ſuperficie.

Ce que nous diſons de ſa peſanteur, s'applique à la force centrifuge d'un corps placé ſur l'Equateur de quelque Aſtre qui a une révolution autour de ſon axe. Les forces centrifuges ſur différents Aſtres, ſont proportionnelles aux fléches des petits Arcs décrits dans le même temps par un point de leur Equateur.

Or par les Théoremes de M. Huygens, la force centripete ou centrifuge d'un corps qui décrit un cercle, eſt en raiſon directe du rayon, & en raiſon inverſe du quarré du temps pério-

dique. La distance d'une Planete au centre du Soleil, ou d'un Satellite au centre de sa Planete, étant Δ, le temps de sa révolution périodique Θ, le demi-diametre de l'Astre autour duquel elle fait sa révolution étant D, la pesanteur qu'elle éprouve vers le centre de la révolution dans le lieu où elle est, sera comme $\frac{\Delta}{\Theta\Theta}$; & cette pesanteur augmentant en s'approchant du centre de la révolution, comme le quarré de la distance diminue, on a la pesanteur que la Planete éprouve dans le lieu où elle est, à la pesanteur qu'elle éprouveroit sur la superficie de l'Astre, qui est au centre de sa révolution, comme DD à $\Delta\Delta$: d'où l'on a pour la pesanteur que la Planete, ou tout autre corps éprouveroit sur la superficie de l'Astre central, P comme $\frac{\Delta^3}{DD\,\Theta\Theta}$. On a par là les différents poids de corps égaux, placés sur le Soleil

ou ſur différentes Planetes.

Maintenant la force centrifuge qu'un corps éprouve, placé ſur l'Équateur d'un Aſtre, étant en raiſon directe du rayon de l'Aſtre, & en raiſon inverſe du quarré du temps périodique de la révolution de l'Aſtre autour de ſon axe, on a F comme $\frac{D}{TT}$. Donc $F : P :: \frac{D}{TT} : \frac{\Delta'}{DD\,\Theta\Theta} :: D'\Theta\Theta : \Delta' TT$.

Scholie. Si l'on prend pour la diſtance moyenne de Venus au Soleil $\Delta = 15906$ demi-diametres de la Terre; pour le temps de la révolution de Venus autour de lui $\Theta = 224^j\ 7^h$; pour le demi-diametre du Soleil $D = 100$ demi-diamétres de la Terre; & pour le temps de la révolution du Soleil autour de ſon axe $T = 25\frac{1}{2}^j$; on trouvera $F : P$, ou $D' \Theta\Theta : \Delta' TT :: 1 : 52016$: c'eſt-à-dire la peſanteur ſur la ſurface du Soleil plus de 50000. fois plus grande que la force centrifuge ſur

ſon Equateur. Ainſi l'applatiſſement des Corps céleſtes dépendant du rapport de la force centrifuge à la peſanteur, il n'eſt pas étonnant qu'il ſoit inſenſible & inobſervable dans le Soleil.

Si l'on prend pour la moyenne diſtance de la Lune à la Terre $\Delta = 60$. demi-diametres de la Terre; pour le temps de la révolution de la Lune autour d'elle $\Theta = 27^j\ 7^h\ 43'$; pour le demi-diamètre de la Terre $D = 1$; & pour le temps de la révolution de la Terre autour de ſon axe $T = 23^h\ 56'\ 4''$; on trouvera la peſanteur 288 fois plus grande que la force centrifuge ſur l'Equateur.

Ce rapport ne différe preſque pas de celui que M. Huygens a trouvé de 289 : 1; & qu'il a déterminé par des principes différents, s'étant ſervi du temps de la chûte des corps, ou ce qui revient au même, de la longueur du Pendule à ſecondes.

Si l'on prend pour la distance du quatriéme Satellite à Jupiter $\Delta = 23$ demi-diametres de Jupiter, telle que M. Cassini l'a trouvée; pour le temps de la révolution de ce Satellite autour de lui $\Theta = 16^j\ 16\frac{8}{15}{}^h$; pour le demi-diametre de Jupiter $D = 1$; & pour le temps de la révolution de Jupiter autour de son axe $T = 9^h\ 56'$; on trouvera $F : P :: 1 : 7,48$; c'est-à-dire, la pesanteur $7\frac{1}{2}$ fois plus grande que la force centrifuge sur l'Equateur de Jupiter. Aussi Jupiter est-il sensiblement applati.

Quant aux autres Planetes, Mercure, Venus, Mars, & Saturne, & toutes les Planetes secondaires, nous ne pouvons déterminer le rapport de la force centrifuge sur leur Equateur à la pesanteur. Nous ne connoissons point le temps de la révolution de Mercure autour de son axe; & cette Planete n'ayant point de Satellite, nous ne connoissons point non plus

la peſanteur des corps vers elle.

Nous connoiſſons les temps de la révolution de Venus & de Mars autour de leur axe, mais ces Planetes manquant de Satellites, nous ne ſçaurions comparer la peſanteur des corps vers elles avec leur force centrifuge.

Nous ſommes dans la même impuiſſance pour Saturne, & par une raiſon toute oppoſée. Nous connoiſſons la peſanteur des corps ſur cette Planete, par le mouvement de ſes Satellites : mais nous ignorons le temps de ſa révolution autour de ſon axe : ainſi nous ne ſçaurions déterminer le rapport de la force centrifuge ſur ſon Équateur, à la peſanteur. Si l'on avoit par quelque Obſervation le rapport du diametre de l'Equateur de cette Planete à ſon axe, on pourroit déterminer le rapport de la force centrifuge à la peſanteur, & par là découvrir le temps de ſa révolution.

Lorſqu'on connoîtra le rapport de la

la peſanteur à la force centrifuge ſur l'Equateur de quelque Aſtre, on l'employera dans le calcul de la propoſition ſuivante pour déterminer la figure qui en réſulte. Lorſqu'on ignorera ce rapport, & que l'on connoîtra la Figure; cette Figure, par le calcul ſuivant, pourra le faire connoître.

Enfin, lorſque ni ce rapport ni la Figure ne ſeront donnés, on pourra les ſuppoſer tels que l'on voudra, & il en réſultera des Sphéroïdes de toute eſpece.

PROPOSITION II.

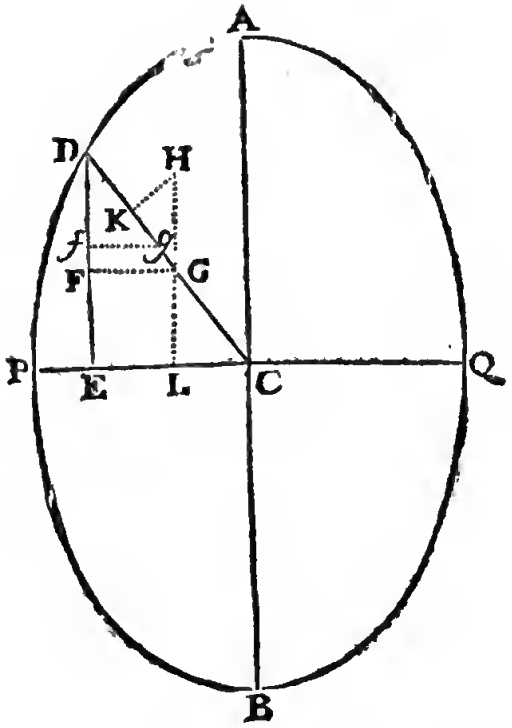
TROUVER la figure d'un Sphéroïde fluide qui tourne ſur ſon axe, en ſuppoſant que chaque partie du fluide peſe vers le centre ſelon quelque puiſſance que ce ſoit de la diſtance à ce centre?

SOLUTION.

Soit PQ l'axe de révolution; & $PAQB$ la ſection du Sphéroïde par l'axe. Puiſque les parties du fluide ſont en repos entr'elles, chaque colomne peſe également vers le centre C; prenant donc une de ces colomnes CD, qui fait avec CP un angle dont le rayon étant $= 1$, le ſinus $= h$, je la conſidere comme compoſée d'une infinité de petits cylindres Gg; & je cherche le poids de chacun vers C.

La peſanteur abſolue étant donnée en A, $= p$, pour avoir la peſanteur en G, l'on dira $p : p' :: CA^n : CG^n$, d'où l'on tire la peſanteur en G, ou $p' = \frac{p.CG^n}{CA^n}$.

Mais le mouvement de révolution im-

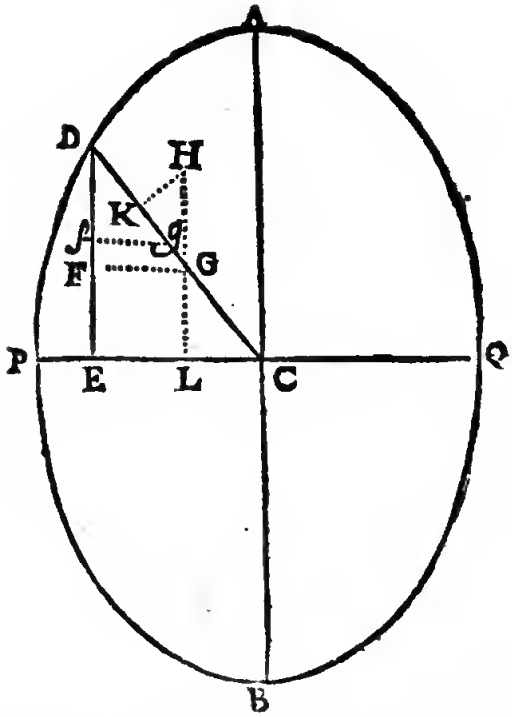


primant à chaque partie du fluide une force centrifuge ſuivant GH; & dans les corps qui font leurs révolutions circulaires en mêmes temps, les forces centrifuges étant comme les rayons des cercles qu'ils décrivent; ſi la force centrifuge en A eſt donnée, & $= f$, pour avoir la force centrifuge en G, l'on dira $f : f' :: CA : LG =$ (à cauſe de $LG : CG :: h : 1$) $h.CG$; d'où l'on tire la

force centrifuge en G, ou $f' = \frac{fh.\,CG}{CA}$: mais cette force agiſſant ſuivant GH, ne diminue la force, ſuivant GC, que de ce qu'elle agit dans la direction oppoſée ſuivant GD. Pour trouver donc cette force ſuivant GD, l'on a $GH.\,GK$, ou $1 : h :: \frac{fh\,CG}{CA} : f'' = \frac{fhh.\,CG}{CA}$ = à la force qui tire le petit cylindre ſuivant GD.

La force qui tire le petit cylindre Gg ſuivant GC, n'eſt donc plus que $\frac{p.\,CG^n}{CA^n} - \frac{fhh.\,CG}{CA}$; & le poids du petit cylindre vers C, ſera $\left(\frac{p.\,CG^n}{CA^n} - \frac{fhh.\,CG}{CA}\right) Gg$. Le poids de la colomne CG, compoſée de ces petits cylindres, ſera donc $\int\left(\frac{p.\,CG^n}{CA^n} - \frac{fhh.\,CG}{CA}\right) Gg$, ou $\frac{p.\,CG^{n+1}}{(n+1)\,CA^n} - \frac{fhh.\,CG^2}{2\,CA}$; & le poids de la colomne entiére CD ſera $\frac{p.\,CD^{n+1}}{(n+1)CA^n} - \frac{fhh.\,CD^2}{2\,CA}$ qui doit être un poids conſtant A.

Si donc on fait $CA = a$, $CD = r$, l'on aura $\frac{p\,r^{n+1}}{(n+1)\,a^n} - \frac{fhhrr}{2a} = A$; & cette équation ayant lieu, quelle que ſoit



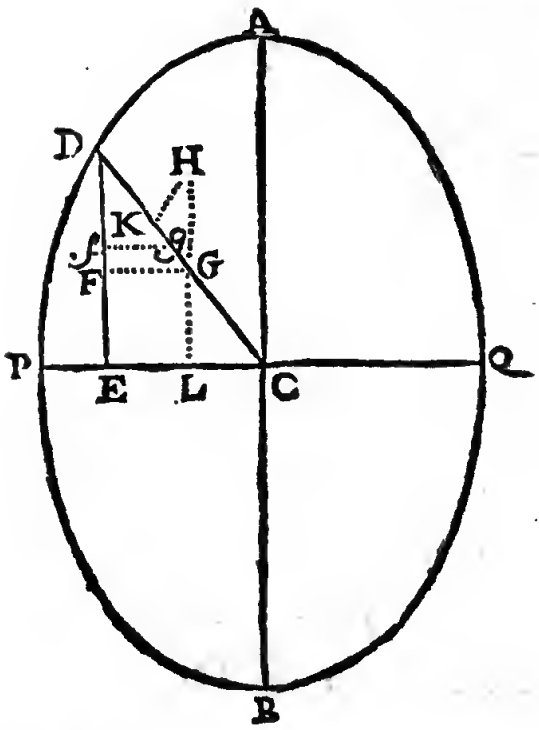
h, il eſt clair qu'en traitant *h* comme variable, l'équation donnera en général le rapport entre chaque rayon *CD* & le ſinus de l'angle qu'il forme avec l'axe *PQ*, & donnera par conſéquent tous les points de la courbe.

Il faut maintenant déterminer la quantité conſtante. *A*. Afin que l'équation précédente appartienne à la ſection du Sphéroïde, dont le demi-axe $CA=a$,

il faut que lorſque l'angle DCP eſt droit ; ou lorſque $h = 1$, r ſoit $= a$; l'on a donc alors $\frac{p a^{n+1}}{(n+1)a^n} - \frac{faa}{2a} = A$, ou $A = \left(\frac{2p-nf-f}{2(n+1)}\right) a$.

Ainſi l'équation corrigée ſera $\frac{p r^{n+1}}{(n+1)a^n} - \frac{fhhrr}{2a} = \left(\frac{2p-nf-f}{2(n+1)}\right) a$, ou $2p r^{n+1} - (n+1) f h h a^{n-1} r r = (2p - nf - f) a^{n+1}$.

Cette équation détermine les ſections de tous les Sphéroïdes, quelle que ſoit la puiſſance de la diſtance ſelon laquelle ſe fait la peſanteur, excepté la ſeule hypotheſe d'une peſanteur qui ſeroit réciproquement proportionnelle à la diſtance au centre. Dans ce cas il faudroit recourir à $\int \left(\frac{p.CG^n}{CA^n} - \frac{fhh.CG}{CA}\right) Gg$, qui devient alors $\int \left(\frac{p.CA}{CG} - \frac{fhh.CG}{CA}\right) Gg$, qui n'eſt plus intégrable que par logarithmes. L'intégrant donc, l'on a $p.CA.lCG - \frac{fhh.CG^2}{2CA}$; ou pour le



poids de la colomne entiére ; $palr - \frac{fhhrr}{2a} = A$.

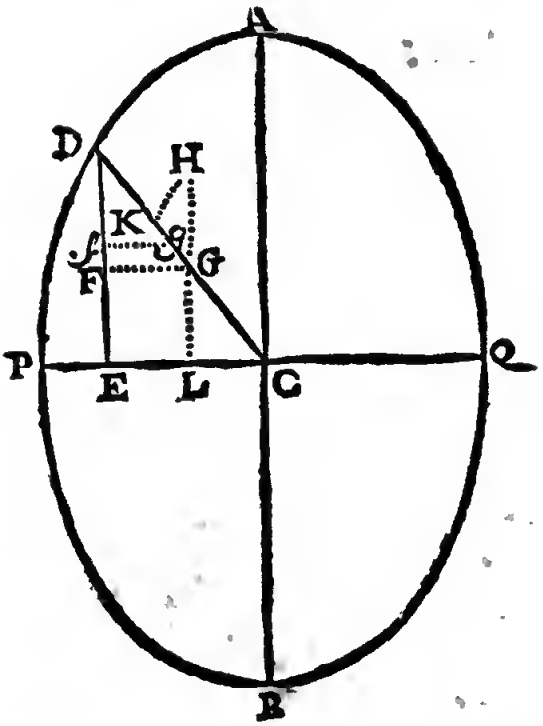
Pour corriger cette équation, il faut que lorſque $h = 1, r = a$; l'on a donc alors $pala - \frac{fa}{2} = A$; & l'équation corrigée eſt $palr - \frac{fhhrr}{2a} = pala - \frac{fa}{2}$; ou $2pal\left(\frac{r}{a}\right) = \frac{fhhrr}{a} - fa$; ou, en

paſſant aux nombres, & prenant c pour le nombre dont le logarith. $= 1$, l'on a $r = a\,c^{\left(\frac{fhhrr}{2paa} - \frac{f}{2p}\right)}$.

On voit que les méridiens des Sphéroïdes ſont toûjours des courbes algébriques, excepté dans cette ſeule hypotheſe.

Si l'on veut avoir l'équation de toutes ces courbes à la maniere ordinaire, par rapport à des coordonnées rectangles, on la peut avoir facilement. Car faiſant $CE = x$ & $DE = y$, l'on aura $rr = xx + yy$, & $hr = y$. Chaſſant donc h & r de l'équation générale, on a $2p\,(xx+yy)^{\frac{n+1}{2}} - (n+1)\,f\,a^{n-1}\,yy = (2p - nf - f)\,a^{n+1}$. Et pour le cas $n = -1$, $xx + yy = aa\,c^{\left(\frac{fyy}{2paa} - \frac{f}{2p}\right)}$.

Mais notre premiere maniere de déterminer les courbes, par les rayons & les angles, eſt ici autant, ou plus commode que celle qui les détermine par les coordonnées.



Quoiqu'on traite *h* comme variable ; elle ne varie cependant qu'entre certaines limites, & ces limites ſont 0 & 1 ; l'équation radiale ne détermine donc que l'arc de la courbe, donc l'amplitude eſt un angle droit : mais ces courbes étant compoſées de quatre arcs ſemblables & égaux, elles ſont entiérement déterminées par notre équation.

On peut maintenant déterminer faci-

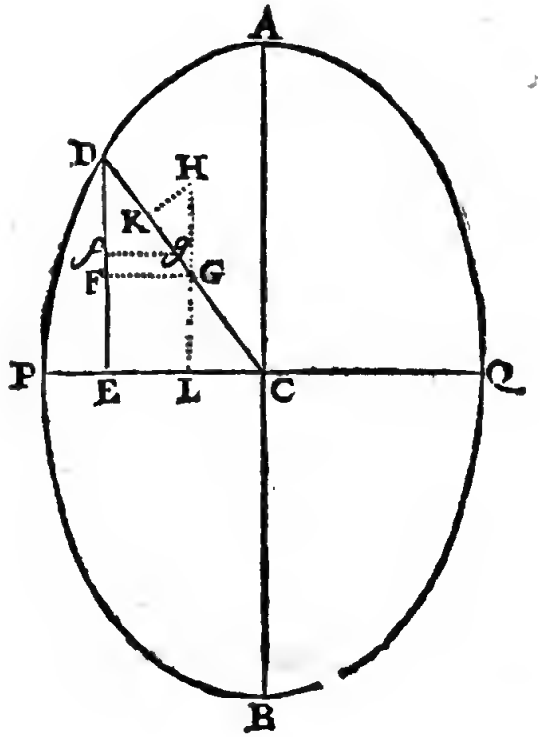
lement le rapport des deux axes de la Section, dans quelque hypotheſe que ce ſoit.

L'équation générale étant $2pr^{n+1} - (n+1)fhha^{n-1}rr = (2p - nf - f)a^{n+1}$; pour trouver r lorſque $h = 0$, l'on a $2pr^{n+1} = (2p - nf - f)a^{n+1}$.

D'où l'on tire $CA : CP :: (2p)^{\frac{1}{n+1}} : (2p - nf - f)^{\frac{1}{n+1}}$.

Et dans l'hypotheſe d'une peſanteur en raiſon inverſe de la ſimple diſtance, l'on a $l\left(\frac{r}{a}\right) = -\frac{f}{2p}$. D'où l'on tire $lCA - lCP = \frac{f}{2p}$.

On voit aiſément que ſoit que n ſoit un nombre poſitif, ſoit qu'il ſoit un nombre négatif, le diamétre de l'Equateur ſera toûjours plus grand que l'Axe. Et qu'ainſi dans quelque hypotheſe que ce ſoit de peſanteur en raiſon directe ou renverſée de quelque puiſſance de la diſtance, le Sphéroïde ſera toujours applati vers les Poles.

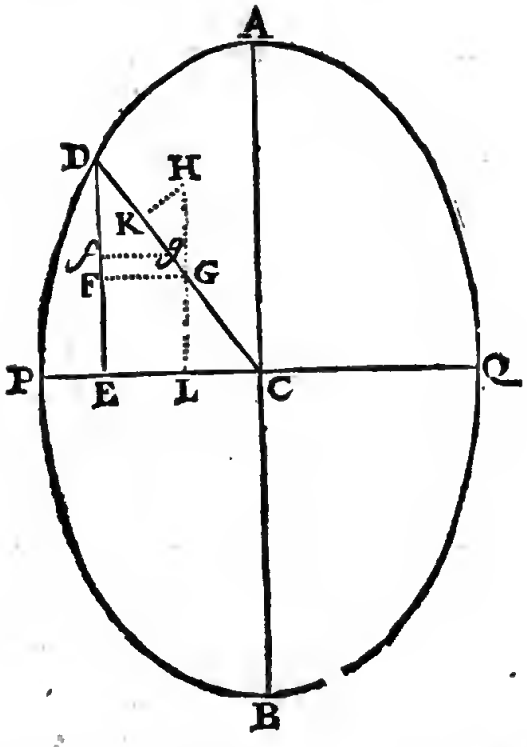


Scholie. La figure des Sphéroïdes dépend, comme l'on voit, du rapport de la force centrifuge à la peſanteur. Voyons maintenant à quel point ce rapport peut varier dans quelques hypotheſes de peſanteur, & quelles figures en réſulteroient dans les Spheroïdes.

Si l'on ſuppoſe la peſanteur uniforme; *n*

étant = 0, l'on a $CA : CP :: 2p : 2p - f$. Sur notre Terre, la force de la peſanteur eſt 289 fois plus grande que la force centrifuge ſous l'Equateur ; ſi donc on cherche le rapport du diametre de l'Equateur terreſtre à l'axe de révolution, dans cette hypotheſe d'une peſanteur uniforme, mettant 289 pour p & 1 pour f, l'on aura $CA : CP :: 578. : 577$.

La force centrifuge pourroit être égale à la peſanteur ; ce qui arriveroit ſi la Terre tournoit ſur ſon axe environ 17 fois plus vîte qu'elle ne fait ; & alors on auroit $CA : CP :: 2p : p :: 2 : 1$. La force centrifuge ne ſçauroit être plus grande ſans que les parties de la Terre ſe diſſipaſſent ; & ſi le mouvement de révolution s'accéléroit toujours, la Terre enfin ſeroit réduite à un ſeul Atome placé au centre. D'où l'on voit que dans cette hypotheſe d'une peſanteur uniforme, la figure la plus applatie que le Sphéroïde puiſſe recevoir, ne ſçauroit aller qu'à rendre le diametre de ſon Equateur double de ſon axe de révolution. Dans ce cas, la Terre ſeroit compoſée de deux



Paraboloïdes ; comme M. Huygens a trouvé pour cette hypotheſe particuliere, qui eſt la ſeule qu'il ait examinée *.

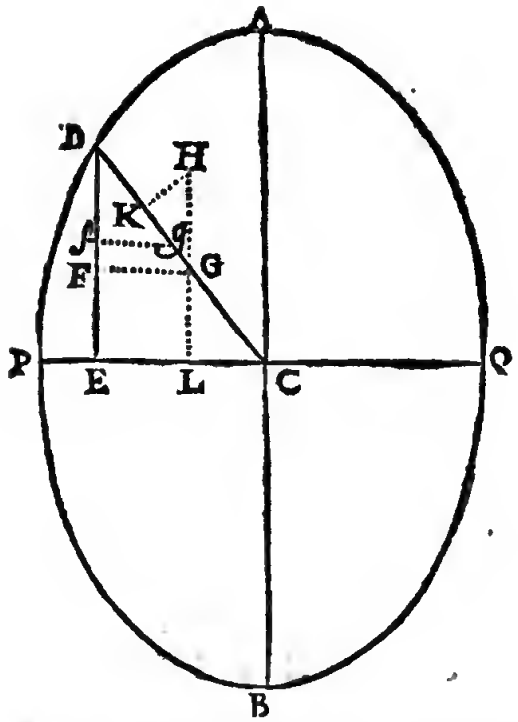
M. Herman, dans la recherche qu'il a faite de la Figure de la Terre, a ſuivi l'hypotheſe d'une peſanteur proportionnelle à la diſtance au centre **. Voyons ce qui en réſulteroit, & quelle forme

* *Diſcours ſur la cauſe de la peſanteur.*
** *Phoronomia.*

elle donneroit aux Sphéroïdes.

On a alors (n étant $= 1$) $CA : CP :: \sqrt{2p} : \sqrt{(2p - 2f)} :: \sqrt{p} : \sqrt{(p - f)}$; & ſi la force centrifuge devenoit égale à la peſanteur, le diametre de l'Equateur deviendroit infiniment plus grand que l'axe de révolution ; c'eſt-à-dire, que le Sphéroïde ne ſeroit alors qu'un plan circulaire. Dans cette hypotheſe la force centrifuge pouvant être dans tous les rapports avec la force de la peſanteur, depuis o juſqu'à l'égalité, le diametre de l'Equateur peut être dans tous ces rapports à l'axe de révolution. Et le Sphéroïde, qui dans cette hypotheſe eſt un Ellipſoïde, peut être tous les Ellipſoïdes depuis la Sphere juſqu'à l'Ellipſoïde le plus applati, qui ne ſeroit plus qu'un plan circulaire.

Si l'on ſuppoſe la peſanteur en raiſon inverſe du quarré de la diſtance au centre, comme M. Newton a trouvé que les Planetes l'éxercent ſur les corps qui ſont hors de leur ſolidité, l'on a $n = -2$; & $CA : CP :: (2p)^{-1} : (2p + f)^{-1}$; ou $CA : CP :: 2p + f : 2p$. D'où l'on



voit que le Sphéroïde qui s'applatit toûjours d'autant plus que la force centrifuge devient plus grande, ſera cependant le plus applati qu'il puiſſe être, lorſque le diametre de ſon Equateur ſera à ſon axe de révolution, comme 3 à 2.

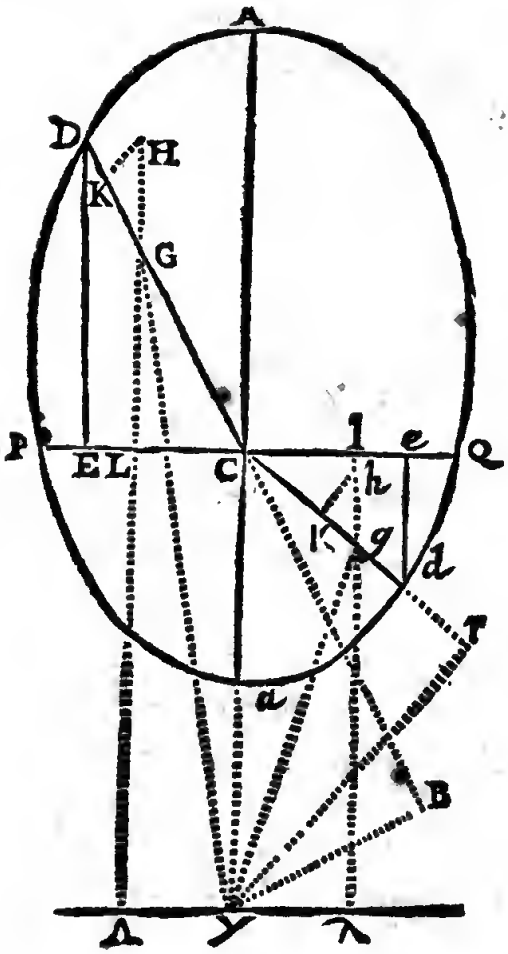
PROPOSITION III.

UN Torrent de matiére fluide circulant autour d'un axe hors du Torrent, par une force centripete proportionnelle à une puiſſance quelconque de la diſtance au centre; & dans chaque ſection perpendiculaire à la révolution, y ayant une autre force vers un centre pris dans cette ſection qui ſoit proportionnelle à une puiſſance quelconque de la diſtance à ce centre; déterminer la figure du Torrent?

SOLUTION.

Soit *ADP ad Q A* la ſection du Torrent qui tourne autour de l'axe Λ λ, faite par un plan perpendiculaire à la révolution qui paſſe par le centre γ. Soit γ le centre des forces centripetes pris au dehors du Torrent, & *C* l'autre centre pris dans la ſection.

Afin que les parties du fluide demeurent en équilibre, il faut que le poids de chaque colomne *CD*, tant celui qui réſulte



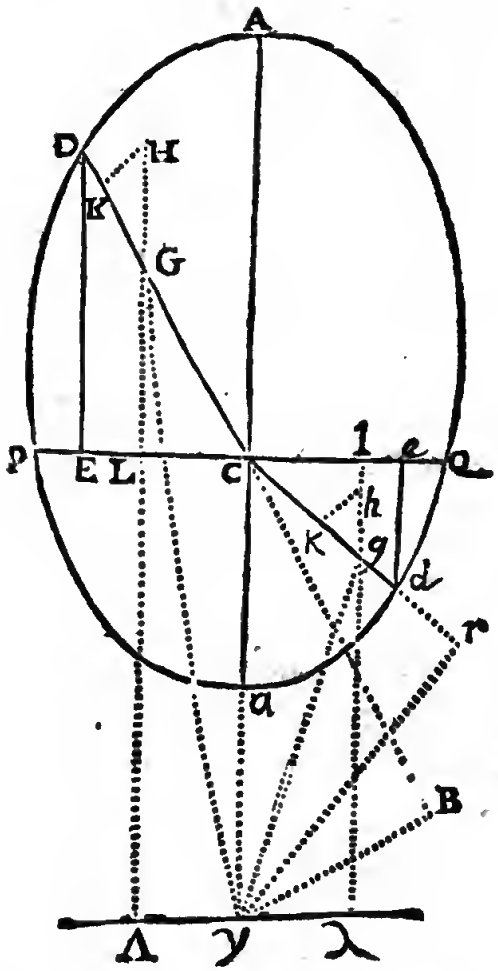
ſulte de la peſanteur vers γ & vers C, que de la force centrifuge, ſoit par-tout le même.

Soit donc la peſanteur abſolue en A vers γ donnée, & $= \pi$; la peſanteur en

A vers C donnée auſſi, & $= p$; & la force centrifuge en A donnée, & $= f$. Soit $AC = a$, $C\gamma = b$, $CG = r$; le ſinus de l'angle $DCP = h$, le rayon étant $= 1$; l'on aura $GL = hr$; & ayant tiré de γ la droite γR perpendiculaire ſur le rayon CD prolongé, l'on aura $CR = hb$, & $\gamma G = \sqrt{(bb + 2bhr + rr)}$.

Maintenant la peſanteur en A vers γ étant $= \pi$; faiſant $\pi : \pi' :: (a+b)^m : (bb+2bhr+rr)^{\frac{1}{2}m}$, l'on aura la peſanteur en G, ou $\pi' = \frac{\pi(bb+2bhr+rr)^{\frac{1}{2}m}}{(a+b)^m}$; & pour avoir la force qui en réſulte vers C, l'on dira $\pi' : \pi'' :: G\gamma : GR$, ou $\frac{\pi(bb+2bhr+rr)^{\frac{1}{2}m}}{(a+b)^m} : \pi'' :: (bb+2bhr+rr)^{\frac{1}{2}} : bh+r$; d'où l'on aura la force vers C réſultante de la peſanteur vers γ, ou $\pi'' = \frac{\pi(bh+r)(bb+2bhr+rr)^{\frac{m-1}{2}}}{(a+b)^m}$.

L'on a de plus (la peſanteur en A vers C étant $= p$) la peſanteur en G vers C

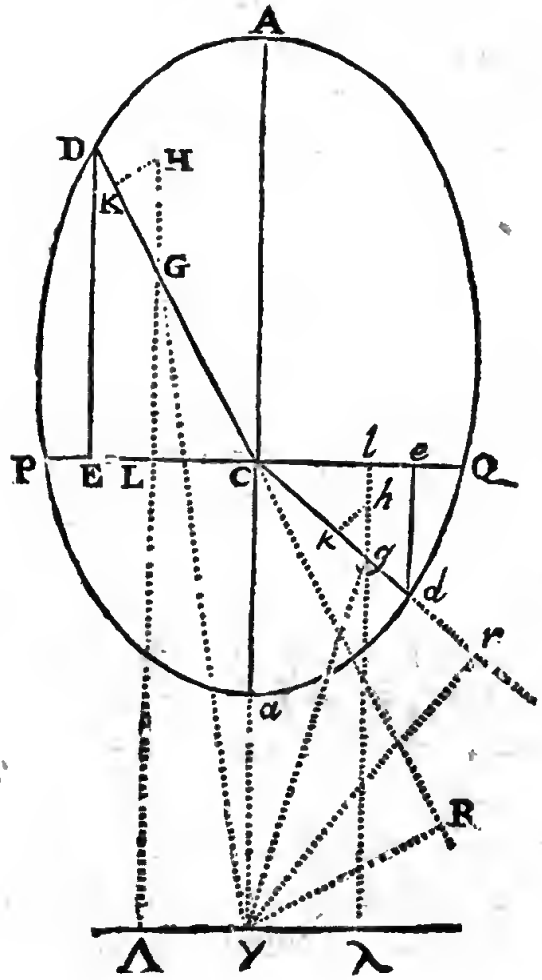


$= \frac{p r^n}{a^n}$; la pesanteur entiere vers C, résultante des deux pesanteurs vers γ & vers C, sera donc $= \frac{n (bh+r)(bb+2bhr+rr)^{\frac{m-1}{2}}}{(a+b)^m} + \frac{p r^n}{a^n}$.

La force centrifuge en A étant $=f$; ſi l'on fait $f:f'::a+b:b+hr$, l'on aura la force centrifuge en G ou $f' = \frac{f(b+hr)}{a+b}$; & pour trouver la partie de cette force qui tire vers D, l'on dira $f:f'::GH:GK$, ou $\frac{f(b+hr)}{a+b}:f''::1:h$; d'où l'on tire pour la force oppoſée à la peſanteur vers C, $f'' = \frac{fh(b+hr)}{a+b}$.

L'on a donc pour la force vers C, réſultante de toutes ces forces, $\frac{\pi(bh+r)(bb+2bhr+rr)^{\frac{m-1}{2}}}{(a+b)^m} + \frac{pr^n}{a^n} - \frac{fh(b+hr)}{a+b}$.

Concevant donc, comme dans la premiere Propoſition, la colomne CD compoſée d'une infinité de petits cylindres dr, l'on aura $\int\left[\frac{\pi(bh+r)(bb+2bhr+rr)^{\frac{m-1}{2}}}{(a+b)^m} + \frac{pr^n}{a^n} - \frac{fh(b+hr)}{a+b}\right]dr$, qui doit faire un poids conſtant. L'on aura donc



$$\frac{n(bb+2bhr+rr)^{\frac{m+1}{2}}}{m+1(a+b)^m} + \frac{pr^{n+1}}{n+1.a^n} - \frac{fbhr}{a+b} - \frac{fhhrr}{2(a+b)} = A.$$

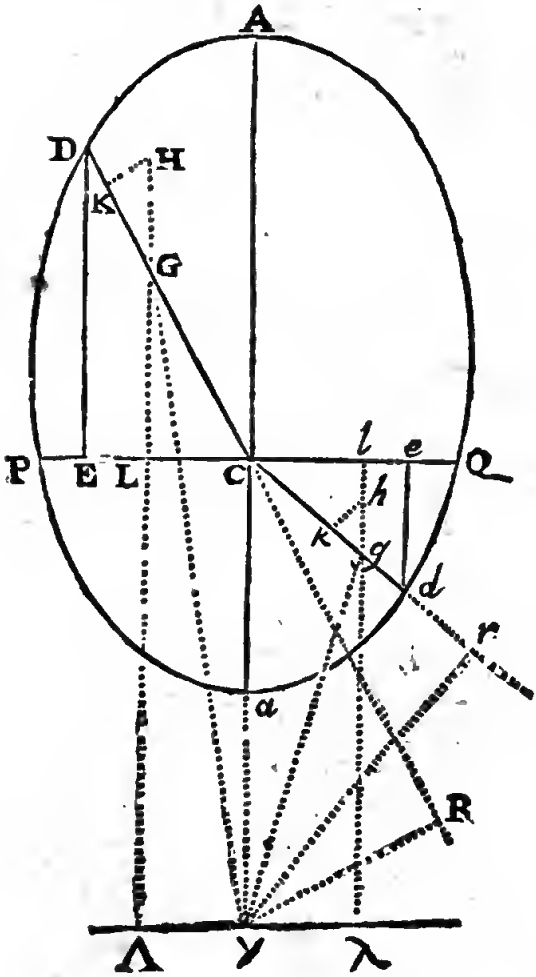
Pour corriger cette équation, il faut

que, lorſque $h = 1$, l'on ait $r = a$; l'on a donc alors $\frac{\pi(a+b)}{m+1} + \frac{pa}{n+1} - \frac{fab}{a+b} - \frac{faa}{2(a+b)} = A$. Et l'équation corrigée ſera $\frac{\pi(bb+2bhr+rr)^{\frac{m+1}{2}}}{m+1(a+b)^m} + \frac{pr^{n+1}}{(n+1)a^n} - \frac{fbhr}{a+b} - \frac{fhhrr}{2(a+b)} = \frac{\pi(a+b)}{m+1} + \frac{pa}{n+1} - \frac{fab}{a+b} - \frac{faa}{2(a+b}$. Ou (écrivant c pour $a+b$, & q pour $(m+1)\times(n+1)$)

$$2(n+1)\pi a^n \times (bb+2bhr+rr)^{\frac{m+1}{2}} + 2(m+1)pc^m r^{n+1} - 2qfa^n bc^{m-1} hr - qfa^n c^{m-1} hrr = 2(n+1\pi a^n c^{m+1} + 2(m+1)pa^{n+1} c^m - 2qfa^{n+1} bc^{m-1} - qfa^{n+2} c^{m-1}.$$

On voit que dans toutes les hypotheſes la ſection du Torrent eſt une courbe algébrique, excepté dans les hypotheſes d'une force vers γ ou vers C en raiſon ſimple inverſe de la diſtance.

Car ſi ſeulement $m = -1$, l'équation de la ſection du Torrent ſera $\frac{\pi(a+b)}{2} l(bb+2bhr+rr) + \frac{pr^{n+1}}{(n+1)a^n}$



$$-\frac{fbhr}{a+b}-\frac{fhhrr}{2(a+b)}=\frac{\pi(a+b)}{2}\,l(a+b)^{2}$$

$$+\frac{pa}{n+1}-\frac{fab}{a+b}-\frac{faa}{2(a+b)^{2}}.\quad \text{Ou } \frac{\pi c}{2}$$

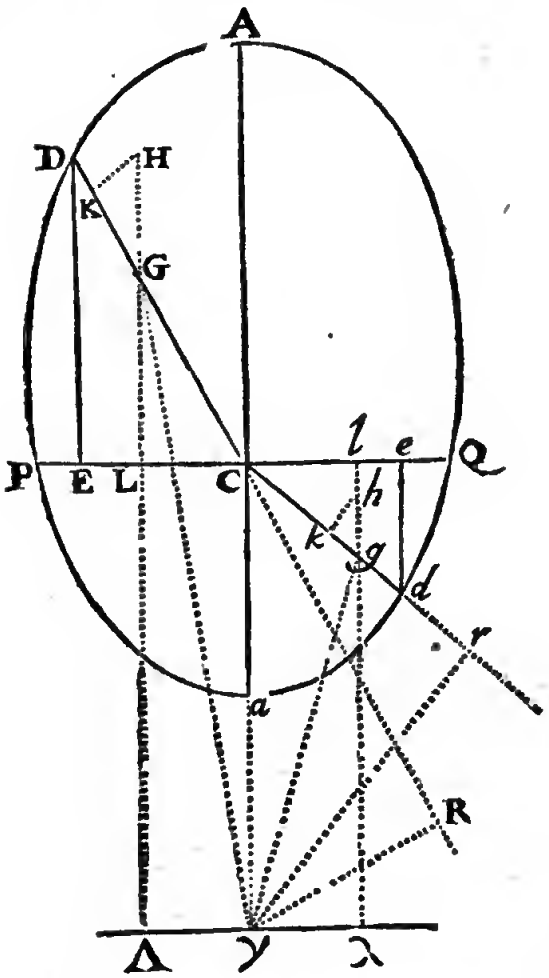
$$l\left(\frac{bb+2bhr+rr}{cc}\right)=-\frac{pr^{n+1}}{(n+1)a^{n}}+\frac{fbhr}{c}$$

$+\frac{fhhrr}{2c}+\frac{pa}{n+1}-\frac{fab}{c}-\frac{faa}{2c}$.

Et ſi ſeulement $n=-1$, l'équation ſera $\frac{\pi(bb+2bhr+rr)^{\frac{m+1}{2}}}{m+1(a+b)^m}+palr-\frac{fbhr}{a+b}-\frac{fhhrr}{2(a+b)}=\frac{\pi(a+b)}{m+1}+pala-\frac{fab}{a+b}-\frac{faa}{2(a+b)}$. Ou $pal\left(\frac{r}{a}\right)=-\frac{\pi(bb+2bhr+rr)^{\frac{m+1}{2}}}{(m+1)c^m}+\frac{fbhr}{c}+\frac{fhhrr}{2c}+\frac{\pi c}{m+1}-\frac{fab}{c}-\frac{faa}{2c}$.

Mais ſi en même temps $m=-1$ & $n=-1$, l'équation ſera $\frac{\pi(a+b)}{2}l(bb+2bhr+rr)+palr-\frac{fbhr}{a+b}-\frac{fhhrr}{2(a+b)}=\frac{\pi(a+b)}{2}l(a+b)^2+pala-\frac{fab}{a+b}-\frac{faa}{2(a+b)}$. Ou $\frac{\pi c}{2}l\left(\frac{bb+2bhr+rr}{cc}\right)+pal\left(\frac{r}{a}\right)=\frac{fbhr}{c}+\frac{fhhrr}{2c}-\frac{fab}{c}-\frac{faa}{2c}$.

Si l'on veut avoir l'équation de la ſection du Torrent par rapport aux coordonnées rectangles ; faiſant $CE=x$ &



$DE = y$, l'on aura les deux équations $rr = xx + yy$, & $hr = y$; par le moyen desquelles on chassera r & h des équations précédentes, & l'on aura pour le cas général

$2(n+1)\pi a^n(bb+2by+yy+xx)^{\frac{m+1}{2}}+2(m+1)pc^m(xx+yy)^{\frac{n+1}{2}}-2qfa^nbc^{m-1}y-qfa^nc^{m-1}yy=2(n+1)\pi a^nc^{m+1}+2(m+1)pa^{n+1}c^m-2qfa^{n+1}bc^{m-1}-qfa^{n+2}c^{m-1}$.

On trouvera de la même maniere les équations aux coordonnées rectangles, dans les cas $m=-1$ & $n=-1$.

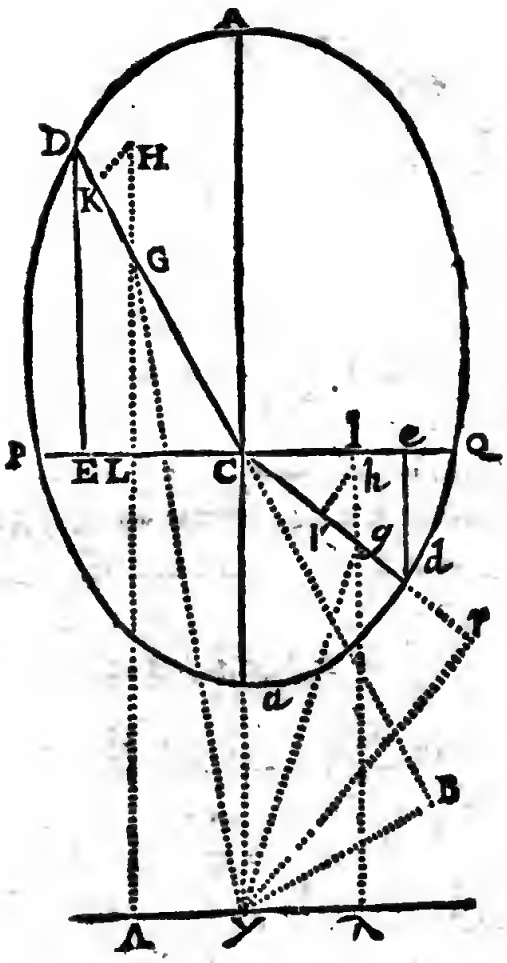
On trouvera la courbe PaQ comme nous avons trouvé PAQ, en obſervant les changements convenables.

Car alors ſi la peſanteur en a vers γ eſt donnée & $=\pi$, la peſanteur en a vers $C=p$, la force centrifuge en $a=f$, $Ca=a$, $C\gamma=b$, $Cg=r$, $gl=hr$, $Cr=bh$ & $\gamma g=\sqrt{(bb-2bhr+rr)}$; l'on trouvera la peſanteur en g vers C réſultante de la peſanteur vers γ,

$$\pi^n=\frac{\pi(bh-r)(bb-2bhr+rr)^{\frac{m-1}{2}}}{(b-a)^m}.$$

On a de plus la peſanteur en g vers C, $p'=\frac{pr^n}{a^n}$.

L'on trouvera auſſi la partie de la



force centrifuge qui réſulte en g vers C, $F = \frac{fh(b-hr)}{b-a}$.

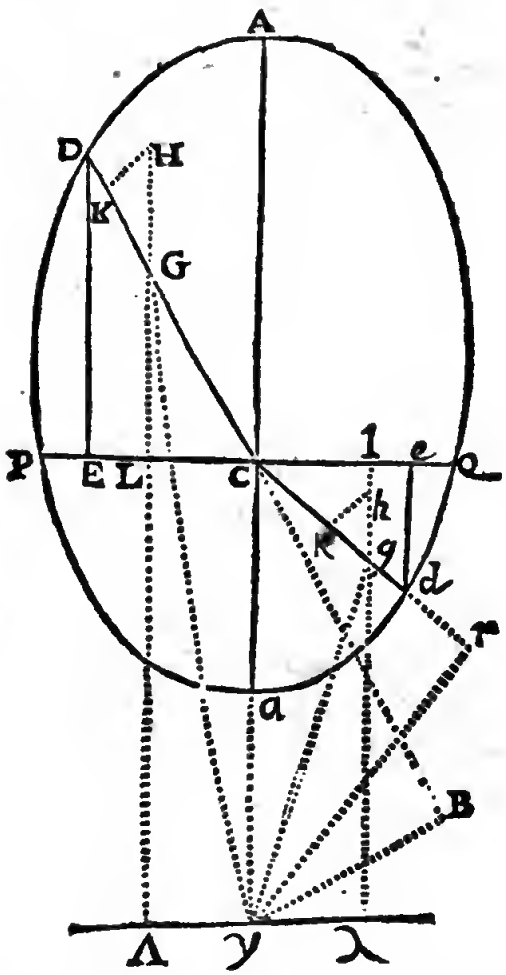
Mais ces deux dernieres forces ſont maintenant oppoſées à la premiere ; on

aura donc $\int \left[\frac{\pi(-bh+r)(bb-2bhr+rr)^{\frac{m+1}{2}}}{(b-a)^m} + \frac{pr^n}{a^n} + \frac{fh(b-hr)}{b-a} \right] dr = A$. D'où l'on tire $\frac{\pi(bb-2bhr+rr)^{\frac{m-1}{2}}}{m+1\ (b-a)^m} + \frac{pr^{n+1}}{(n-1)a^n} + \frac{fbhr}{b-a} - \frac{fhhrr}{2(b-a)} = \frac{\pi(b-a)}{m+1} + \frac{pa}{n+1} + \frac{fab}{b-a} - \frac{faa}{2(b-a)}$.

Et dans les cas $m = -1$, $n = -1$, l'on trouvera, comme ci-deſſus, les équations des ſections, qui ne différeront que par le changement de quelques ſignes.

Par ces équations radiales, on trouvera des équations aux coordonnées, comme on a fait pour la courbe PAQ.

Et le poids de la colomne, tant dans la courbe ſupérieure que dans l'inférieure, devant toujours être le même, on aura une équation entre le poids A dans la courbe ſupérieure, & le poids A dans l'inférieure, par laquelle on trouvera le rapport entre Ca & CA; & l'on déterminera ainſi la ſection entiere du Torrent.



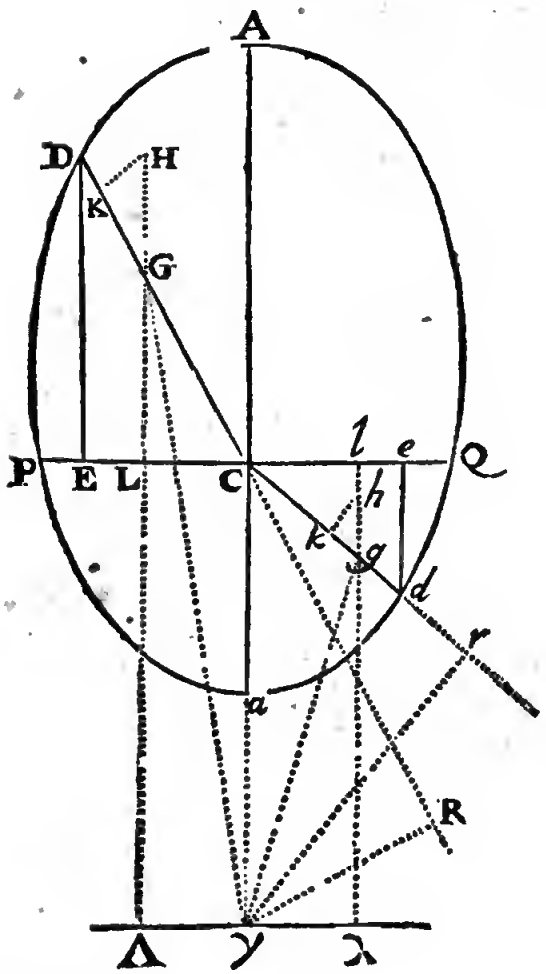
Scholie. Quelle que ſoit l'hypotheſe de peſanteur, on pourra toûjours, pour un certain angle *DCP*, faire enſorte que le rayon *CD* ſoit d'une longueur donnée. Et par-là on pourra rendre la fi-

gure du Torrent plus ou moins applatie d'une infinité de maniéres, en mettant dans l'équation, pour h & r, des valeurs déterminées. L'on pourra ainſi faire enſorte que les points P & Q s'uniſſent en C, en mettant o pour h & r; & alors la ſection du Torrent ſera compoſée de deux figures ovales jointes en C. Car on trouvera une infinité de rapports entre π, p & f, qui donneront cette figure.

Si par exemple, on veut que les points P & Q tombent en C; l'on aura $2(n+1)\pi b^{m+1} = 2(n+1)\pi c^{m+1} + 2(m+1)pac^{m} - 2qfabc^{m-1} - qfaac^{m-1}$. D'où l'on tirera une infinité de rapports entre π, p & f.

Si l'on ſuppoſe la peſanteur tant vers γ que vers C, proportionnelle à la ſimple diſtance au centre; la ſection du Torrent ſera une ſection conique. Et ſi l'on exige de plus que les points P, Q & C s'uniſſent, la figure ſera compoſée de deux Ellipſes joints en C.

Maintenant ſi la diſtance $C\gamma$ s'évanoüit, ou ſi les deux centres s'uniſſent, l'on aura $b = o$ & $c = a$; & le Torrent



deviendra un Sphéroïde.

Ou ſi l'on ſuppoſe $m = n$ & $\pi = 0$; l'équation générale de la ſection du Torrent deviendra $2pr^{n+1} - (n+1) f a^{n-1} h h r r = (2p - nf - f) a^{n+1}$. Ou

dans le cas $n = -1$; $2pal\left(\frac{r}{a}\right) = \frac{fhhrr}{a} - fa$, comme on a trouvé dans la précédente Proposition qui n'est qu'un cas particulier de celle-ci.

FIN.

A01 146148

6 th